UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PERFILES EDUCATIVOS
ISSN 0185-2698

Wenzelburger Guttemberger, Elfriede (1992)
"LAS METÁFORAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA"
en Perfiles Educativos, No. 55-56 pp. 8-16.

CESU Centro de Estudios sobre la Universidad

IRESIE
Banco de Datos sobre Educación

PERFILES EDUCATIVOS
Enero • Junio 1992
Núm. 55-56, pp. 8-16

LAS METÁFORAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA*

Elfriede WENZELBURGER GUTTEMBERGER**

En este ensayo se discuten algunas definiciones de las metáforas. Las metáforas como figura lingüística: operacionales, estructurales, generativas, orientacionales y ontológicas. Se adopta una definición de la metáfora para analizar numerosos ejemplos de su uso en la enseñanza en general y en la enseñanza de la matemática en especial. Finalmente, se considera el papel del pensamiento metafórico en una teoría de la educación matemática y se propone una categorización de la metáfora en esta área en tres niveles: las metáforas entre la educación matemática y sus campos de referencia, y las metáforas estructuras dentro de una teoría de la educación matemática.

INTRODUCCIÓN

Mucho se ha escrito acerca de las metáforas en la educación. Cada autor piensa en un concepto diferente cuando se refiere a las metáforas, las analogías o los símiles, términos que incluso se usan hasta como sinónimos. Algunas definiciones de metáfora la consideran como una figura lingüística (X es Y), otras, son muy complejas; no obstante, todas ellas afirman la naturaleza analógica del razonamiento metafórico.

Definiciones de las metáforas en la literatura

Black (1926) intenta desarrollar una gramática lógica de las metáforas. Él distingue la metáfora de substitución y como subconstructo la metáfora comparativa; enfatiza también la naturaleza interactiva de las metáforas basada en las operaciones que no se pueden reducir a una substitución o una comparación. Las metáforas actúan como filtros de la mente y muchas veces no se basan en la observación de similitudes entre los conceptos sino las construyen.

El pensamiento metafórico es una manera de desarrollar un conocimiento intuitivo porque las metáforas tienen el poder de juntar dominios separados y, así, resulta una extensión de los significados.

Carrol (1985) contrasta la figura lingüística "X es Y" con lo que llama las metáforas operacionales y las metáforas estructurales. Las metáforas operacionales actúan en la mente del alumno para producir aprendizaje, en tanto que las metáforas estructurales se pueden definir corno "mapeos" formales de las primitivas que definen A sobre las primitivas que definen B, en donde A se toma como una metáfora para B (Gentner, 1985). Finalmente, Carrol propone su propia definición de las metáforas: las metáforas son proposiciones básicas de comparación cuya función primaria en el aprendizaje es la de estimular los procesos de pensamiento activo iniciado por el aprendiz. Si decimos "X es Y", en donde Y tiene muchas propiedades conocidas, podemos aprender activamente algo de X. La comparación hace uso de similitudes, disimilitudes y en ocasiones de omisiones. El aprendiz está orientado hacia la generación y examinación de algunas hipótesis.

Lakoff (1981) afirma que los conceptos metafóricos se comprenden y se estructuran no sólo en sus

** Coordinadora de la Maestría en Educación Matemática del UACPyP.

propios términos, sino en términos de otros conceptos. Se distinguen tres tipos de metáforas: Las metáforas orientacionales, las ontológicas y las estructurales. En las metáforas orientacionales se usan expresiones como "subir, alto, arriba", para estructurarlos conceptos. Las metáforas ontológicas proyectan la sustancia del concepto sobre otros que inherentemente no lo tienen, por ejemplo, "la mente es una recipiente", mientras que las metáforas estructurales organizan un tipo de experiencia en términos de otra, por ejemplo "entender es ver". Los conceptos abstractos pueden definirse metafóricamente en términos más concretos mediante cúmulos o redes de metáforas, no necesariamente coherentes entre ellas.

Los conceptos metafóricos surgen de la experiencia y dependen del contexto cultural. Así, la metáfora puede servir como un vehículo para la compresión de un concepto en base a estas experiencias. Para entender lo que ocurre en nuestro entorno necesitamos los conceptos metafóricos. Las metáforas fundamentales de las teorías científicas pueden ser las extensiones de las metáforas básicas cotidianas; una teoría de este tipo es considerada "natural" o "intuitiva".

Pimm (1981) habla también de las metáforas estructurales pero en el contexto de la matemática. Su punto de vista se basa en la analogía y se relaciona con la metáfora comparativa (Black, 1962). La metáfora es interpretada como una analogía condensada y se considera útil para la expansión de significados. Algunas metáforas se centran en un cambio de nombres a través de una metonimia. Las analogías, en particular, las metáforas, no demuestran nada, solamente ilustran. Ejemplos de metáforas estructurales en las matemáticas son las proposiciones de igualdad relacionadas con "mapeos" que preservan estructuras: los morfismos. Se puede observar que un morfismo preserva la estructura, no necesariamente los significados.

Steiner (1988) se refiere a trabajos de Boyd (1979) y Kuhn (1979) cuando afirma que las metáforas son importantes en el desarrollo y cambio de las teorías. También Künzli (1985) cita a Boyd cuando menciona las metáforas que establecen las teorías *(theory constitutive metaphors)* en la pedagogía y la función de las metáforas en los cambios de paradigmas. Las metáforas pueden ser un preludio para las teorías, mientras que las teorías pueden ser de carácter metafórico basadas en una mezcla de diversos dominios de la experiencia.

Künzli distingue básicamente dos funciones de las metáforas: las metáforas que construyen objetos *(objectbuilding)* y las metáforas que establecen teorías. Él asume también que las metáforas son interactivas y enfatiza tres cualidades de las metáforas constructoras de objetos: su perspectividad, su concreción y su persuasividad, en donde la perspectividad determina el objeto, por ejemplo, “la educación es el perfeccionamiento de la naturaleza", la concreción conecta el objeto con experiencias sensoriales o corporales, por ejemplo, "nadar se aprende nadando" y, finalmente, la persuasividad es el momento retórico que hace las representaciones metafóricas tan convincentes. Esto se relaciona con el lenguaje pictórico que se usa frecuentemente en la pedagogía.

Para entender la función de las metáforas como establecedoras de las teorías en pedagogía, hay que diferenciar las metáforas didácticas que usan un lenguaje intuitivo y claro para introducir los conceptos, el cual no es idéntico a un lenguaje científico.

El ejemplo clásico de una metáfora que establece teorías lo tenemos en la psicología cognoscitiva, en donde los conceptos de computación e inteligencia artificial influyen sobre la formación de teorías. Por otro lado, existe terminología de la psicología cognoscitiva en las tecnologías de cómputo; las metáforas son interactivas. Estas metáforas no pierden su significado a pesar de su uso común. En pedagogía, las teorías muchas veces hacen uso de una manera metafórica de algunos conceptos de economía, esto conduce a redes completas de metáforas (Künz1i, 1985).

Un tema básico en la pedagogía es la comunicación de los conocimientos, y la importancia de las metáforas en esta comunicación se debe tomar en cuenta. Si enseñar significa traducir el lenguaje científico a un lenguaje común, las metáforas pueden ser útiles en este proceso, especialmente porque inducen el desarrollo de los conceptos mediante un razonamiento analógico. U mezcla de diferentes áreas como, por ejemplo, tecnología y naturaleza, teatro y política, es un elemento importante en el pensamiento metafórico que es provocado a través de los significados dobles.

Las metáforas son una provocación para ver algo bien conocido en un contexto nuevo. En un discurso didáctico, las metáforas pueden ser útiles para introducir o estructurar el conocimiento nuevo, integrar varios elementos de los contenidos de la enseñanza, y conectar la teoría con la práctica.

Krumholtz (1988) indica que las metáforas se usan con el propósito de mejorar la comunicación; la meta puede ser la explicación de un concepto abstracto desconocido.

Es preciso tener cuidado al utilizar las metáforas que contienen conceptos familiares pero, por otro lado, la familiaridad puede depender de los conocimientos previos y las intuiciones de cada individuo. Este factor no se puede controlar, por lo cu el uso de las metáforas es en ocasiones riesgos Munby (1986) describe las metáforas no como u figura lingüística, sino como un proceso para explicar el mundo, ya que ofrecen nuevas maneras de percibirlo.

Schön (1979) introduce la noción de la metáfora generativa: algún proceso que genera nuevas perspectivas del mundo. Esto se relaciona con interpretación de las metáforas como un producto, un marco de referencia para ver cosas. Las metáforas generativas pueden resultar en un cierta miopía porque ponen énfasis en algunos aspectos de una situación dejan de lado otros.

Esta naturaleza generativa de las metáforas adquiere una cierta importancia en el contexto de la resolución de problemas: la manera como uno ve un problema es significativa para la solución, ya que metáfora genera el problema o hace aparecer una situación como un problema.

Duit (1990) distingue las analogías de metáforas, ambas son comparaciones; las analogías son comparaciones explícitas, las metáforas implícitas. En el caso de las metáforas, la base de la comparación debe ser descubierta. Tomadas literalmente, las metáforas son expresiones absurdas, pero apuntan hacia las disimilitudes para incitar la búsqueda de las similitudes. Es este efecto "sorpresa" las metáforas lo que las hace significativas para el proceso de aprendizaje. Los patrones de los significados organizados previamente deben cambiarse.

A pesar de esta aparente importancia de metáforas en el proceso del aprendizaje no debemos olvidar que éstas solamente tienen el potencial para inducir el aprendizaje; su eficacia real depende del contexto y del individuo que aprende. En este sentido, las analogías y las metáforas pueden ser consideradas como polos que se transforman el uno en el otro: las analogías pueden ser contempladas desde punto de vista metafórico.

Kaput (1917) discute las metáforas básicas del pensamiento humano y su papel en la matemática. Lo que él llama antropomorfismo son las proyecciones de una experiencia cognitiva interna en las operaciones matemáticas y los "mapeos" que preservan estructuras. El proceso central de la transferencia de los significados se puede llamar "metaforización”.

Como intento de resumir lo dicho hasta aquí, debemos mencionar las siguientes definiciones de las metáforas:

1. Una metáfora es una figura lingüística (X es Y).
2. Las metáforas son operacionales; operan en la mente del alumno para lograr el aprendizaje (Carril, Maca, 1985).
3. Las metáforas son estructurales; este término aparece en la literatura de tres maneras diferentes, por ejemplo:
    a) Las metáforas estructurales se pueden definir como "mapeos" formales que preservan las relaciones en dos dominios (Gentner, 1985).
    b) Las metáforas estructurales organizan un tipo de experiencia en términos de alguna otra (Lakoff, Johnson, 1981).
    c) Las metáforas estructurales son analogías condensadas (Pimm, 1981).
4. Las metáforas son expresiones de una comparación estrechamente relacionada con analogías que son más explícitas. Las analogías y las metáforas pueden ser transformadas la una en la otra (Duit, 1990).
5. Las metáforas son generativas, ya que generan nuevas perspectivas del mundo (Schön, 1979).
6. Las metáforas pueden ser orientacionales u ontológicas (Lakoff, 1981).

A continuación nos basaremos en la definición de Carrol de la metáforas y las utilizaremos para analizar algunos ejemplos educativos. De acuerdo con Carrol (1985), las metáforas son proposiciones básicas de comparación que pueden estimular los procesos de razonamientos.

Esta definición reúne los aspectos operacionales y estructurales y considera las metáforas como una manera de pensar que asocia los conceptos y las relaciones entre éstas y proyecta las propiedades de los objetos animados e inanimados en otros. El pensamiento metafórico permite relacionar dominios aparentemente desconectados.

Las metáforas tienen dos funciones básicas complementarias: iniciar los procesos de razonamiento y comunicar los conocimientos.

Las metáforas en la pedagogía, las matemáticas y la educación matemática

Si aceptamos como definición de trabajo de las metáforas la de una proposición de comparación que estimula los procesos de razonamiento, podemos analizar numerosos ejemplos de las metáforas en la práctica educativa.

En pedagogía se usan frecuentemente las metáforas básicas (Künzli, 1983,1985) como: el niño es una planta, educar es como criar plantas, la escuela es una fábrica, el desarrollo curricular es un proceso de producción, la mente es un músculo, un jardín, una máquina, un recipiente, una tabula rasa. Muchas veces se describe la política educativa con redes de metáforas, lo que tiene un impacto sobre la toma de decisiones.

Si un profesor considera una clase como un "objeto dinámico" (Munby, 1986), el cual hay que "atravesar rápidamente" o en el cual hay que "avanzar lo más posible", él actuará de acuerdo con esto. Si él adopta la metáfora de la conducción que afirma que el conocimiento "pasa" del profesor al alumno, su estilo de enseñanza será influido por esto. El profesor se considera "terapista" en educación y, veces, también es descrito como entrenador, diagnóstico, procesador clínico de información, para mencionar algunos términos (Cooney *et al.,* 1985). Estas metáforas tienen un impacto sobre las metodologías y las estrategias de enseñanza. Los que hablan de la "arquitectura del conocimiento" considerarán al profesor un constructor de éste, y si creen que la educación nos trae la "luz de la verdad", el profesor juega un papel importante en este proceso de iluminación.

En la formación de profesores, el conocimiento relevante para el desempeño profesional del maestro se describe a veces metafóricamente como una "teoría" (Bromme, 1984). Una "teoría" de este tipo es subjetiva, particular y personal, sin embargo, tiene algunas características de teorías en el sentido de ser necesaria para explicar, percibir y controlar.

Existen muchos ejemplos de metáforas operacionales y estructurales en la enseñanza de las ciencias y la computación (Carrol, 1985). Una metáfora común es la de considerar un procesador de palabras como una máquina de escribir, una base de datos como archivo, la memoria de la computadora como un recipiente. En el software de aplicaciones se hace un uso frecuente de iconos de una manera metafórica: un basurero representa la acción de borrar un archivo de la memoria temporal.

En las ciencias naturales, la metáfora de Rutherford que compara el sistema solar con la estructura del átomo, resultó ser de utilidad, como la metáfora del flujo del agua para los circuitos eléctricos.

En la enseñanza de la matemática, el aprendizaje se explica a veces con la metáfora de la computadora. En ocasiones se compara el especialista en educación matemática con un ingeniero que tiene como meta el mejoramiento de los métodos de transmisión de la matemática a los estudiantes (Cooney, 1985). La matemática se compara a veces con una herramienta o un lenguaje, también se usan los términos "contrato didáctico", "transposición didáctica" e Ingeniería didáctica", como metáforas. Todas las metáforas mencionadas son comparaciones y cada una de ellas cumple la función de estimular los procesos de razonamiento. Las estructuras se transfieren y se comunica el conocimiento. Dominios aparentemente desconectados se relacionan y las experiencias previas se aplican a las nuevas situaciones.

En la enseñanza de la matemática recurrimos muchas veces a las comparaciones metafóricas, en ocasiones en la forma de materiales concretos. Las variables se comparan y se representan con cajas, bolsas o recipientes. Las fracciones se introducen como operadores que encogen o agrandan los números. Las operaciones básicas se representan como máquinas en las cuales se pone un número de un lado y sale otro número del otro lado. Por ejemplo, si disponemos de una colección de máquinas multiplicadoras y de otras en serie. El concepto de número primo surge de esta situación en forma natural.

Operaciones binarias también se pueden representar como máquinas con dos entradas y una salida. En general, las funciones a veces asumen el papel de las máquinas que "convierten" los números. Se pueden diseñar juegos de cartas que simulan el funcionamiento de las calculadoras. Trabajar con ecuaciones se describe con la metáfora de la balanza. Para explicar "mapeos" que son 1:1, suprayectivos o biyectivos, se usa la metáfora de colocar los elementos del conjunto A en casillas que representan los elementos del conjunto B: si cada lugar en B contiene por lo menos un elemento A, el "mapeo" es suprayectivo, y biyectivo se interpreta como exactamente un elemento A para cada "casilla" de B. Las ideas básicas de valor posicional en el sistema decimal se introducen frecuentemente haciendo montones de 10 unidades, y 10 montones de 10 montones cada uno y así sucesivamente.

Las metáforas son de gran utilidad no solamente en la matemática elemental. Kaput (1979) afirma que los símbolos, las gráficas y los diagramas producen "mapeos" metafóricos de la experiencia humana a la matemática. Él llama estas proyecciones "antropomorfismo" y el término se usa de acuerdo con el concepto de morfismo en matemáticas como un "mapeo" que preserva estructuras. La pregunta básica que surge en este contexto es si la preservación de estructuras se relaciona con la preservación de significados.

Las metáforas clásicas en cálculo (la matemática de los cambios) son las metáforas de moción, ejemplificadas por el uso de flechas y expresiones como "X se aproxima a, se mueve hacia, decrece, crece, diverge, converge". Hasta de las funciones constantes se dice que “llevan todos los reales a un valor" (Kaput, 1979). Vistas de esta manera, las metáforas no pueden considerarse como vagas o imprecisas, estando en conflicto con el discurso matemático exacto, sino más bien deben jugar un papel, central en la construcción de conceptos.

Un símbolo básico como el signo "=” es de naturaleza metafórica (Zawadowski, 1984). La igualdad se presenta con dos segmentos paralelos de recta de la misma longitud y se usa de muchas maneras diferentes: se relacionan los procesos con los productos (1 + 5 = 7) o los procesos con los procesos (2 + 3 = 3 + 2) (Bauersfeld, 1981), hasta se relacionan áreas con longitudes:

$$\int_b^a f'(x)\, dx = f(b) - f(a)$$

Las extensiones conceptuales comunes que se hacen al construir sistemas numéricos a partir de N (naturales) pasando por Z (enteros), Q (racionales), R (reales) a C (complejos) son metáforas basadas en isomorfismos (Pimm, 1981). Se produce una extensión de significados. Si después de asociar los números. Naturales con la cardinalidad de conjuntos finitos y procedimientos de conteo, hablamos de los números negativos y los *números racionales,* o los *números complejos,* “número” se convierte en una metáfora. También se utilizan metáforas como los triángulos esféricos, el plano complejo, la multiplicación de matrices, la geometría diferencial y muchas más (Primm, 1988). La transferencia de términos de la geometría al álgebra o a la aritmética puede ser metafórica: las ecuaciones *lineales,* los números *cuadrados,* la *parábola* $y = x^2$.

Las gráficas en matemáticas pueden interpretarse como representaciones metafóricas de los valores de las variables como longitudes (Clement, 1985). Si hacemos uso del isomorfismo entre los números reales y la recta numérica, las relaciones entre los números son analógicas a las relaciones entre las variables.

En el uso de software gráfico para representar los conceptos matemáticos de varios modos: gráficamente, algebraicamente o pictóricamente, el razonamiento que relaciona las diversas presentaciones es metafórico. Cada modo puede ser visto como una metáfora estructural del otro. Por ejemplo, los estudiantes manipulan los parámetros de una ecuación y observan los cambios en la forma de la gráfica. De esta manera descubren las propiedades de familias de funciones y sus gráficas son interpretadas como una metáfora estructural en el sentido de Getner (1985).

Las simulaciones que son metáforas de situaciones reales, modeladas mediante relaciones matemáticas, están estrechamente relacionadas con la exploración gráfica en la computadora. Simulaciones en computadora permiten resolver problemas “reales" y planear para los contextos del mundo "real". La llamada "realidad" presente en una simulación es una metáfora estructural de la realidad.

En geometría analítica es muy común representar los pares ordenadas de números reales (a,b) como puntos en el plano. Este isomorfismo permite considerar el plano como una "metáfora" de R x R (producto cartesiano de los números reales con los números reales).

Al resolver problemas de texto, las ecuaciones son metáforas de situaciones reales. Las operaciones se efectúan con las variables que representan metafóricamente los objetos o las magnitudes reales. Podríamos ir más lejos y considerar las aproximaciones racionales de los números irracionales como metáforas o la expresión + (infinito) como un número metafórico. Al enseñar tablas de verdad en lógica, la implicación se puede explicar como una promesa dada y se analizan los casos en los cuales la promesa se cumplirá. Todos estos ejemplos muestran que se dan muchas oportunidades para utilizar metáforas en la enseñanza de las matemáticas.

El papel del pensamiento metafórico en una teoría de la educación matemática

Si aceptamos la interdisciplinaridad como una característica básica de la educación matemática, la relación entre ésta y sus campos referentes como la matemática, la pedagogía, la psicología, la sociología y otros, se personifica muchas veces en expertos "bilingües". Los especialistas en educación matemática deben dominar más de un "lenguaje". Usan términos especializados de otras disciplinas para poder interactuar con otros investigadores. El uso de términos especializados de diferentes disciplinas carece a veces de la precisión del experto, pero a pesar de esto, estos términos expanden significados y juntan los dominios separados, actúan como metáforas.

Si un especialista en educación matemática habla de psicología cognoscitiva, su discurso podrá carecer de los tecnicismos de un psicólogo, ya que él usará los conceptos matemáticos de manera metafórica como un medio de comunicación con los psicólogos.

Cuando los términos técnicos de una disciplina se vuelven metáforas para expertos de otras, la comunicación entre los grupos se facilita en gran medida y una interdisciplinaridad real se desarrolla con un lenguaje común, enriquecido por los conceptos y los términos comprensibles para los investigadores de diferentes disciplinas. El nuevo lenguaje usa expresiones que tienen un significado preciso para los expertos en la disciplina y que actúan como metáforas para los demás. Sin este lenguaje común no habría una verdadera interdisciplinaridad, y sin metáforas no existiría este lenguaje común. Un ejemplo clásico para este fenómeno es el uso de la terminología de inteligencia artificial en la psicología cognitiva y viceversa.

En este artículo consideramos metáforas como proposiciones de comparación que estimulan los procesos de pensamiento activo en el aprendiz. Este punto de vista está en armonía con una hipótesis constructivista del aprendizaje que es aceptada ampliamente en la comunidad internacional de especialistas en educación matemática. Los constructivistas creen que los estudiantes construyen el conocimiento activamente basados en los deberes ya existentes (Duit, 1990). Las metáforas pueden fungir como los puentes entre los conceptos nuevos y los ya presentes. Si comparamos un concepto nuevo con uno conocido mediante una metáfora, transferimos lo que ya sabemos a un contexto nuevo. De esta manera se produce un cambio conceptual relacionado con el proceso que Piaget llama "acomodación". Las metáforas abren perspectivas nuevas y pueden producir un conflicto cognitivo que es importante para alcanzar un cambio conceptual.

Las metáforas pueden ser útiles para establecer campos conceptuales (Vergnaud, 1982). La variedad de los conceptos y los procedimientos que conforman un campo conceptual están conectados entre sí. Los campos conceptuales nuevos son muchas veces expansiones de los ya existentes. Los conceptos matemáticos adquieren un significado especial en una variedad de situaciones. Estas situaciones requieren más de un concepto para su análisis. Por ejemplo, las estructuras aditivas forman un campo conceptual y también las estructuras multiplicativas (Díaz, 1990). Si podemos definir un morfismo entre las estructuras,.se pueden explicitar metáforas estructurales para transferir propiedades entre los campos conceptuales. Ciertos campos conceptuales se pueden conectar con otros mediante las metáforas.

Estamos de acuerdo con Bachelard (1983) quien advierte que el sobreuso de imágenes familiares y metáforas puede ser peligroso, especialmente si una metáfora conduce a una generalización exagerada, entonces se puede convertir hasta en un obstáculo conceptual. A pesar de esto, también nos parece bien lo que dice Brousseau (1988): los obstáculos representan conocimientos, no una ausencia de éstos. Los llamados obstáculos didácticos se pueden vencer mediante el uso adecuado de metáforas que conectan conceptos conocidos a los nuevos. Se estimulan procesos cognitivos y si una comparación metafórica relaciona un saber de un tópico familiar con uno nuevo, ocurre el aprendizaje activo.

Cuando Chevallard (1985) habla de transposición didáctica hace uso de un término de música de una manera metafórica. Se refiere a la transformación del conocimiento matemático formal a la matemática escolar; para lograr esto, se necesita muchas veces una descontextualización (Díaz, 1990) que se puede revertir en los niveles superiores del ciclo escolar a través del análisis de las aplicaciones del concepto. Este esfuerzo de recontextualización se facilita con el uso de las metáforas adecuadas, especialmente las metáforas estructurales que actúan como analogías condensadas o se definen como los "mapeos" formales entre los dos dominios.

Benedito (1987) hace afirmaciones metafóricas cuando describe el conocimiento didáctico, distingue el conocimiento científico del tecnológico y de la actividad técnica. Díaz (1990) propone un análisis similar para la educación matemática; la educación matemática tiene algunos aspectos de una ciencia y algunos aspectos de un campo de ingeniería con las metodologías, las tecnologías y las técnicas. De esta manera, la ciencia y la tecnología son las metáforas que evocan las características familiares y las transfieren a la educación matemática.

En la teoría de la actividad, una escuela psicológica que aparentemente ofrece algunas herramientas conceptuales importantes para analizar los mecanismos más profundos de la cognición, aparecen varias metáforas básicas, como por ejemplo, la idea del "andamio", que indica la acción del profesor de ofrecer un apoyo temporal que se puede retirar si ya no se necesita en la zona del desarrollo próximo (ZDP) según Vigotsky (1978). Esta metáfora sugiere una acción unilateral (el profesor ayuda al estudiante) y no la "apropiación recíproca característica de la zona de construcción" (Newman *et al.,* 1989). Por su misma naturaleza limida, la metáfora del andamino es útil para precisar la descripción de constructos básicos en la teoría de la actividad como ZDP o la zona de construcción donde se negocian los significados. Por otro lado, las metáforas pueden ser útiles en la zona de construcción para provocar los cambios cognitivos en los estudiantes mediante un proceso interactivo de construcción. Las zonas del desarrollo próximo se observan frecuentemente cuando las personas con una preparación desigual tratan de realizar una tarea juntas. Si el experto usa las metáforas adecuadas, los procesos de pensamiento se inician y ocurre un aprendizaje activo.

Relacionada con este pensamiento metafórico tenemos la noción de los "problemas isomorfos" (Gick y Holyoak, 1980): un conjunto de problemas con la misma estructura pero con diferentes contenidos. Esta noción se aproxima a la de la metáfora estructural como un "mapeo" que preserva las estructuras. Un problema con una estructura conocida se puede considerar como una metáfora de situaciones problemáticas similares.

Steiner (1984) propone un acercamiento sistémico como un meta paradigma organizador para la educación matemática vista como una disciplina académica. García (1986) presenta un método para estudiar estos sistemas complejos que tiene como componentes sus límites, sus elementos y sus estructuras. Para analizar los cambios dinámicos de estos sistemas hay que estudiar los procesos con sus correspondientes niveles de análisis. Si consideramos la educación matemática como un sistema complejo, se trataría de un sistema abierto, es decir, no tiene límites claramente definidos y hay interacción con el exterior, también se trata de un sistema dinámico, no de un sistema estático. Este sistema complejo abierto llamado educación matemática tiene, entre sus elementos, numerosos subsistemas y uno de ellos se refiere a los procesos cognitivos y el aprendizaje. Las metáforas deben considerarse dentro de este subsistema y su potencial como herramienta didáctica debe ser reconocido claramente.

Conclusiones

En un intento de resumir lo dicho se hará una propuesta de una categorización de las metáforas en la educación matemática. Las metáforas en educación ocurren en tres niveles diferentes:

> Nivel 1: Las metáforas usadas en el discurso didáctico del salón de clase como parte del quehacer educativo diario.
> Nivel 2: Las metáforas que relacionan la educación matemática con sus campos de referencia, como la psicología, la pedagogía, la historia, etcétera.
> Nivel 3: Las metáforas usadas para estructurar los constructos teóricos dentro de la educación matemática misma.

Adicionalmente a los ejemplos presentados en la sección 3, un ejemplo típico de una metáfora del nivel 1 es la notación exponencial a^3. Esto representa una abreviación de a . a . a , ¿pero cómo podemos interpretar a^{-2}, $a^{1/2}$? Estos símbolos son metáforas. Se opera con ellos de la misma manera (o de manera análoga) que con a^3, pero no se pueden considerar como una notación para la multiplicación repetida de factores idénticos. Aquí se puede producir el aprendizaje mediante una expansión de manera metafórica.

Una metáfora del nivel 2 es, por ejemplo, la metáfora del amplificador que describe las tecnologías cognitivas en la educación matemática. Esta metáfora es limitada ya que las tecnologías cognitivas, como el lenguaje, los sistemas numéricos, los libros, las computadoras, hacen más que "intensificar" una señal como lo hace un amplificador. A pesar de esta limitación, la metáfora es útil para enfatizar ciertos aspectos de la importancia de estas tecnologías y la educación matemática se relaciona con la psicología cognoscitiva.

Steiner (1990) hace uso de una metáfora del nivel 3 cuando utiliza un concepto de la teoría de la actividad, al llamar conceptos teóricos las "zonas del desarrollo próximo" (ZDP) de los conceptos empíricos.

Esta metáfora tiene la intención de reestructurar los elementos de un análisis teórico de los procesos de la mate matización en donde ocurre una interacción entre los conceptos teóricos y empíricos. Si seguimos un acercamiento estrictamente inductivo a la mate matización, los conceptos empíricos pueden convertirse en la ZDP de los teóricos; de esta manera se invierte la dirección de la metáfora. Esto es un ejemplo de una metáfora que establece teorías *(theory-constitutive metaphor) y queda* demostrado otra vez la riqueza e importancia de las metáforas en la educación matemática en los tres niveles.

BIBLIOGRAFÍA

BACHELARD, G.
1983), *La formación del espíritu científico. México* Siglo XXI.

BLACK
1962, Models and Metaphors. Ithaca, N.Y., Comell University Press.

BAUERSFELD, H. y W. ZAWADOWSKI
1981, Metaphors and Metonymies in the Teaching of Mathematics. IDM Occasional Paper 11, Bielefeld.

BENEDITO, V.
1987, Introducción a la didáctica. Fundamentación teórica y diseño curricular. Barcelona, Editorial Barcanova.

BOYD, R.
1979, "Metaphor and Theory Change: What is metaphor a Metaphor for?", en *Ortony, 1979.*

BROMME, R.
1984, "On the Limitations of the Theory Metaphor for Study of Teacher's Expert Knowledge," en Olsen Halkes (ed.) *Teacher's Thinking. A New Perspective on Education.* Lisse, Niederlande, Swets y Zeitlinger.

BROUSSEAU, G.
1988, *Utilité et interet de la didactique pour un professeur de College,* Grenoble Petit x, IREM, n. 21, pp. 47-68.

CARROLL, J. M. y R. L. MACK
1985, *Metaphor, Computing Systems andActive Leaming.* Int. J. Man-Machine Studies, 23, pp. 39-57.

CHEVALLARD, Y.
1985, *La transpositión didactique. La pensée sauvage.* Grenoble.

CLEMENT, Y.
1985, "Misconceptions in Graphing. Proceedings of PME”, *Utrecht, 9,* p. 369-375.

COONEY, T. *et al.*
1991: "`The Professional Life of Teachers. For the Learning of Mathematics", *5,2,* p. 24-30.

DIAZG.,J.
1991, "Hacia una teoría de la didáctica de la matemática," en *Área de conocimiento: Didáctica de la matemática* Madrid, Editorial Síntesis.

DUIT, R.
1990, *On the Role of Analogies. Similes And Metaphors in Learning Science.* Kiel, IPN.

GARCIA B., R.
1986, "Conceptos básicos para el estudio de sistemas complejos", en *Los problemas del conocimiento y la perspectiva ambiental del desarrollo.* México, Siglo XXI.

GENTNER, D.
1985, "Structure Mapping: A Theoretical Framework for Analogy", en *Cognitive Science, 7,* pp. 155-170.

GICK, M. L y K. I. HOLYOAK
1980. "Analogical Problem Solving", en *Cognitive Psychology, 12,* pp. 306-335.

KAPUT,
1979, "Mathematics and Learning. Roots of Epistemological Status", en Clement Lochhead (Ed.) *Cognitive Process Instruction.* Philadelphia, Franklin Institute Press.

KUHN,T.S.
1979, "Metaphor in Science", en *Ortony*, 1979.

KÜNZLI, R.
1985, *"Zu* Ort and Leistung der Metapher im Padagogisch en Versändigungsprozess", en Petersen (Ed.), *Sprache zwischen den Generationen,* Kiel, Kieler Verlag der Wissenschaft.

KRUMHOLTZ, N.
1988, "Modelling and Metaphors; Power and Risk", en Blum (Ed.), *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics.* Chichester, Horwood.

LAKOFF, G. y M. JOHNSON
1981, "The Metaphorical Structure of the Human Conceptual Structure”, en Norman (Ed.) *Perspectives on Cognitive Science.* Norwood, New Jersey, Ablex Publishing.

MUNBI, H.
1986, "Metaphor in the Thinking of Teachers: An Exploratory Study", en I *Curriculum Studies, 18* (2): 197-209.

NEWMAN, D. *et al.*
1989, *The Construction Zone.* Londres, Cambridge University Press.

ORTONY, A. (Ed.), *Metaphor and Thought,* Londres, Cambridge University Press.

PIMM, D.
1981, "Metaphor and Analogy in Mathematics, " en *For the Learning of Mathematics, 1* (3): 47-50.
1988, "Mathematical Metaphor", en *For the Learning of Mathematics, 8* (1): 30-34.

STEINER, H.G.
1988, "Uber Metaphern, Modelle und Mathematik", en Bender (Ed.), *Mathematikdidaktik - Theorie and Praxis,* Berlin.
1990, "Methematization Projectus in Class as Collective Higher Orden Learning Processes: The Role of Teachers and Reflections on Teacher Education". Procedimientos de la Cuarta Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa, Acapulco, México.

SCHÖN, D.
1979, "Generative Metaphor and Social Policy", en *Ortony,* 1979.

RUSSELL, T. y P. JOHNSTON
1988, *Teachers Learning From Experience of Teaching. Analyses Based on Metaphor and Reflection.* New Orleans, Paper Presentad at the AERA Meeting.

VERGNAUD, G.
1982, "Cognitive: and Developmental Psychology and Research in Methematical Education: Some Theoretical and Methodological Issues," en *For the Learning of Mathematics, 3* (2): 35-42.

VIGOTSKY, L. S.
1978, *Mind in Society.* Cambridge, Mass. Harvard University Press.

ZAWADOWSKI, W.M.
1988, *The Metaphors and Metonymies in Mathematics.* Bielefeld, Proceedings of the Second Conference on Theory of Mathematics Education, pp.262-267.