



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

**PERFILES
EDUCATIVOS**

ISSN 0185-2698

Zarzar Charur, Carlos (1982)
“UN ALGORITMO PARA ARMAR EL CUBO MÁGICO”
en Perfiles Educativos, No. 16 pp. 13-21.

Un algoritmo para armar el cubo mágico

Carlos ZARZAR CHARUR*

Al encontrarnos frente a un hecho extraordinario, es natural que nos preguntemos cómo se llegó a dar. Nos gustaría descubrir la receta. Pero si la pregunta es fácil, la respuesta es muy difícil. ¿Cómo es posible descubrir algo nuevo? Pregunta eterna de la humanidad. Yo no creo en recetas. El nacimiento de algo nuevo es en sí mismo milagroso, misterioso, y por lo mismo excitante. Son necesarios muchos factores. Es algo al mismo tiempo fortuito y regulado por ciertas leyes. Lo que sí es cierto, es que hay que buscar y observar lo que encontremos, lo que descubrimos. Lo que sigue es menos poético, pero no por eso menos importante. Hay que trabajar con empeño y perseverancia para que nuestras ideas no se queden al nivel de los sueños, para que se realicen, para que tomen cuerpo en su mejor forma. Además, hay que luchar para hacerlas aceptar (las personas se resisten instintivamente ante todo lo nuevo), para hacerlas llegar a quienes deseamos. Y entonces todo vuelve a empezar desde el principio, en un recorrido sin fin. . .

Creo que el CUBO nació de este interés, de esta búsqueda de expresión, y de la agudeza cada vez mayor de estas reflexiones. Los espacios-límite, los problemas interdisciplinarios, me han apasionado desde siempre. El universo en su totalidad es uno e indivisible; de alguna manera, todo se relaciona con todo; el fraccionar los problemas, el dividirlos racionalmente, es algo artificial, y no puede ser más que un paso para la comprensión total. Creo que no es fortuito el que las nuevas ideas, los nuevos descubrimientos, hayan surgido sobre todo en los espacios-límite, ahí donde se intenta fundir los resultados de diversas ciencias. Yo sitúo mi actividad en uno de estos espacios-límite, en un lugar de la tierra de nadie, de la ciencia y de las Bellas Artes. Y no puede ser fortuito que este dominio se relacione tan estrechamente con la noción misma de juego; el juego es, en efecto, una actividad compleja, extraordinariamente universal, una parte de nuestra esencia humana que, a su manera, refleja nuestro propio universo.**

Ernö Rubik. Enero de 1981.

INTRODUCCION

Cuando oí hablar por primera vez del Cubo Mágico, mi primera reacción fue preguntarme cómo era posible que todas sus caras pudieran girar sobre sus respectivos ejes sin que las partes volaran fragmentadas por el aire; pero cuando tuve en mis manos uno de estos cubos, mi admiración fue

mayor. Cada una de las piezas parecía estar firmemente unida a las piezas adyacentes, pero al mismo tiempo gozaba de una libertad que le permitía ocupar casi cualquier sitio dentro del cubo. ¿Mediante qué mecanismo era posible lograr este efecto tan asombroso? Ninguna de las respuestas que me daba me parecía satisfactoria.

* Profesor e investigador del CISE.

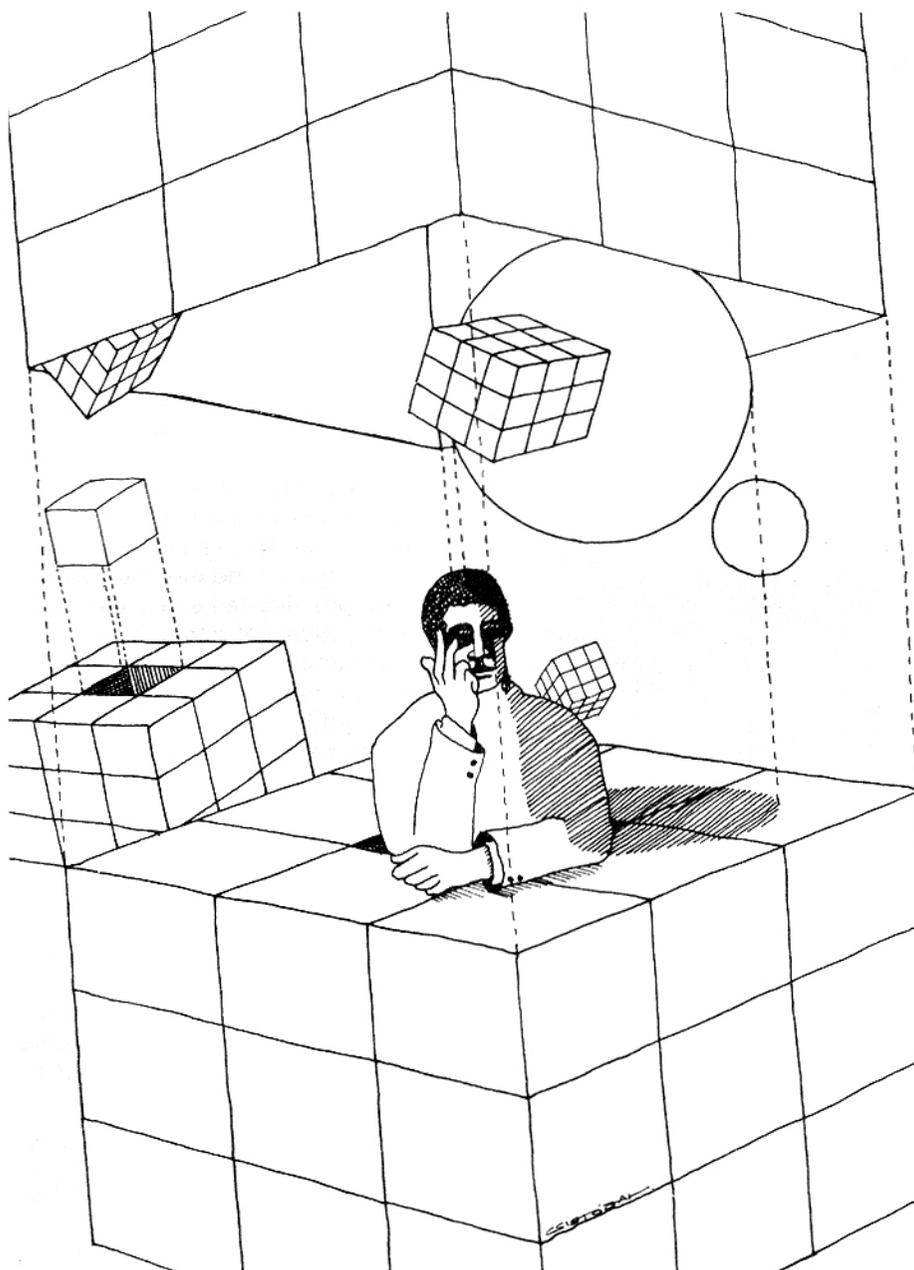
** Citado en: Warustel André. Réussir le rubik's cube. Paris, Editions Denoël, 1981 pp. 8 y 9.

nuevas maneras y más económicas (utilizando un menor número de movimientos) para conseguir los mismos efectos, tratando de formar figuras con los colores de los cubitos, etc. Irá descubriendo no sólo nuevas posibilidades, sino también las *imposibilidades* intrínsecas al cubo, es decir, aquellas posiciones o configuraciones imposibles de lograr.

Al mismo tiempo, al compartir sus experiencias con otros *cubistas*, y al leer bibliografía sobre el tema, irá conociendo nuevos movimientos, algunos de los cuales podrá incorporar a su propia solución.

Definitivamente, el cubo mágico no es un juego común y corriente, ni un juguete entre muchos otros. Es un invento extraordinario, uno de los mayores en los últimos años, por lo menos en esta línea. Su gran popularidad a nivel internacional es un reflejo de esto. Físicos y matemáticos, profesores e investigadores, estudiantes y profesionistas, y en fin todo tipo de personas, encuentra en él no sólo una diversión, sino un reto para su paciencia y su imaginación, para su inteligencia y para su capacidad creativa.

Desde el punto de vista pedagógico, podemos afirmar que el cubo mágico fomenta y refuerza las actitudes y las habilidades básicas del investigador: la paciencia y la perseverancia, el método de experimentación y de control, la capacidad de observación y la rigurosidad en la anotación de los resultados, la habilidad para modificar y adaptar el método a una realidad objetiva e indeformable (y no al revés: modificar la realidad para adaptarla al método), la agilidad mental, la búsqueda de apoyos en bibliografía y en experiencias similares, etc.



A continuación presento un método para armar el cubo mágico. No es el único ni el más económico, ya que cuanto más económico es un método, es más complicado (pues con un conjunto de movimientos se consiguen al mismo tiempo dos o tres efectos buscados), y por lo tanto más difícil de retener y de dominar. La cualidad de este método es precisamente combinar la mayor sencillez con la mayor economía posibles.

TERMINOLOGIA

Llamamos algoritmo al procedimiento (o conjunto de pasos

subsecuentes) seguido para reconstruir el cubo mágico o volverlo a su posición original. Para poder comunicar este procedimiento, utilizaremos una serie de signos convencionales, que explicamos a continuación.

Si colocamos un cubo sobre la mesa (figura 1), a la cara del cubo que queda frente a nosotros la llamamos FRENTE (*F*); a la cara que queda hacia la izquierda la denominamos IZQUIERDA (*I*), a la de la derecha DERECHA (*D*), a la de arriba la llamamos TECHO (*T*), a la de abajo SUELO (*S*), y a la de atrás ATRAS (*A*).³

3. Esta es una adaptación al español de la manera utilizada por Singmaster para denominar las caras del cubo.

Cuando leí en *Scientific American*¹ la manera de desarmar el cubo, desarmé el mío y vi la compleja sencillez del mecanismo interior. Hizo falta la paciencia y la formación de un arquitecto y diseñador como Rubik para imaginarlo y realizarlo.

Muy pronto, sin embargo, la admiración por el mecanismo se vio opacada por la intriga y la desesperación ante la dificultad para armar este rompecabezas. Si no hubiera visto el cubo en su posición original, es decir, con sus seis caras bien ordenadas, hubiera pensado que era imposible volverlo a colocar así.

Ordenar el cubo se convirtió en un reto y en una obsesión. Muy pronto me di cuenta de que no se trataba de un juego o de un rompecabezas ordinario. De acuerdo con el cálculo de probabilidades, el cubo encierra 43 trillones de configuraciones posibles (más exactamente: 43, 252, 003, 274, 489, 856, 000).

Encontrar una solución no fue fácil, ni fue fruto de la intuición, sino de un trabajo de investigación, en el que hubo que ir paso por paso.

Lo primero fue llegar a colocar una cara con todos sus colores hacia arriba. El segundo paso fue colocar una cara no sólo con el mismo color hacia arriba, sino cuidando que los colores laterales de esos cubitos también coincidieran. Esto resulta relativamente fácil, ya que para hacerlo uno se despreocupa de lo

que suceda con el resto de los cubitos.

Conforme se avanza, el grado de dificultad va aumentando, ya que hay que ir descubriendo movimientos que produzcan los efectos deseados sin que se destruya lo construido hasta el momento. El número de posibilidades correctas va disminuyendo, y el investigador tiene que afinar sus instrumentos de operación.

En estos momentos es necesario recurrir a un *cubo control*, es decir, a un cubo ordenado con el que se pueda ir practicando ciertos movimientos para ver sus efectos. Para no acabar desordenando este cubo control, es necesario tener una serie de signos que simbolicen los movimientos que se van realizando, con el fin de poder regresar siempre a la posición original.² El investigador elabora sus hipótesis sobre los efectos de ciertos movimientos, y pasa a comprobarlas o rechazarlas mediante la manipulación del cubo control. Aquí no es posible desvirtuar los resultados de la investigación, hacia la comprobación ficticia de las hipótesis previas; el cubo mismo se encarga de evitarlo.

Es tal el número de posibilidades con el que hay que

trabajar, que algunos matemáticos han elaborado programas para realizar este proceso mediante computadoras. De hecho, debe haber tantas maneras de armar el cubo, cuantas maneras hay de deshacerlo, que no son pocas. El simple método de ensayo y error no es recomendable; podría tomar toda una vida llegar a una solución. Se exige, pues, un método de experimentación lógicamente dirigida.

Cuando se llega a tener dos, tres y hasta cuatro caras armadas, el final parece cercano, pero al mismo tiempo muy lejano. No es posible colocar en su lugar los pocos cubitos faltantes, sin deshacer lo que se ha logrado hasta el momento. El investigador se encuentra entonces ante un dilema paradójico: o procura no deshacer los logros alcanzados, y entonces jamás llegará a la solución; o se anima a lo que parece ser empezar desde cero, y sólo entonces tendrá posibilidad de alcanzar su objetivo.

Tal vez de pronto, y como fruto de uno de tantos movimientos lógicamente dirigidos, el cubo quedará mágicamente ordenado. El investigador volverá sobre sus pasos, con el fin de entender lo que sucedió. Repetirá una y otra vez el proceso, hasta dominar a voluntad los movimientos y sus efectos. Entonces pasará a una etapa de sistematización de los resultados, en la que tendrá una solución para cada una de las posibilidades de ordenamiento de los cubitos.

Al llegar a este punto, el investigador se da cuenta de que la solución no marca el final de la investigación, sino el principio de nuevos descubrimientos. Contando ya con la posibilidad de hacer y deshacer el cubo a voluntad, podrá jugar con él, experimentando nuevos movimientos, combinando unos con otros y observando los resultados, tratando de descubrir

1. Hofstadter, Douglas, R. "Metamagical Themes", en *Scientific American* de Marzo de 1981, Volumen 244, Número 3, pp. 14-26.
2. *Ibid.*, Cfr. además, Ortiz, A. "El Cubo Mágico un año después", en la revista *Información Científica y Tecnológica*, de CONACYT, 15 de Julio de 1981, Volumen 3, Número 49, pp. 28-33.

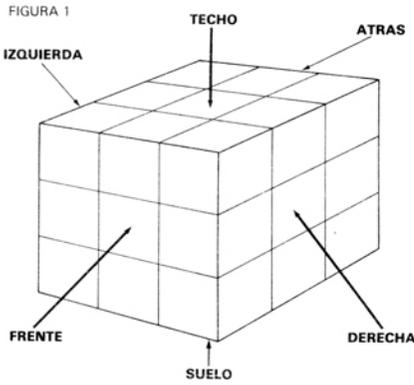


FIGURA 2

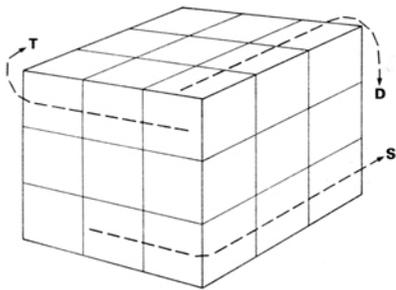


FIGURA 3

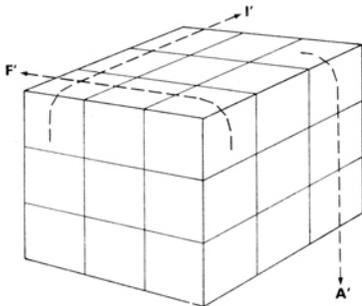


FIGURA 4

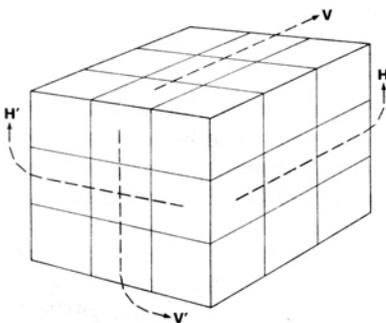


FIGURA 5

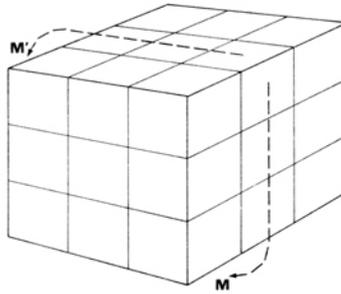
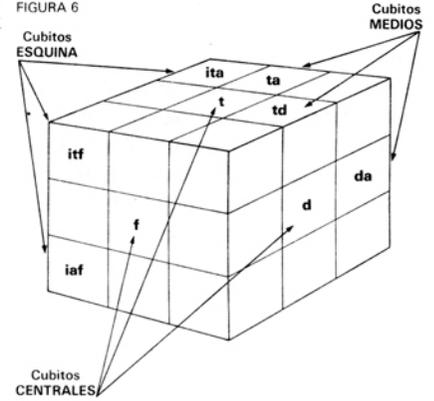


FIGURA 6



Cada cara puede girar sobre su propio eje, en rotaciones continuas de 90° cada una. La rotación de 90° de una cara en el sentido positivo (en el sentido de las manecillas del reloj), la simbolizamos con la inicial de dicha cara. T = una rotación de 90° a la cara de arriba, en sentido positivo; S = una rotación de 90° a la cara de abajo (SUELO), en sentido positivo (figura 2).

La rotación de 90° de una cara en sentido negativo (en el sentido contrario a las manecillas del reloj), la simbolizamos mediante la inicial de dicha cara seguida de un apóstrofe. F' = una rotación de 90° a la cara del frente, en sentido negativo; I' = una rotación de 90° a la cara izquierda, en sentido negativo (figura 3).

Dos rotaciones de 90° (o sea, una rotación de 180°), la simbolizamos con la inicial de la cara correspondiente, seguida del exponente 2. D^2 = rotación de 180° a la cara derecha; A^2 = rotación de 180° a la cara de atrás. Al dar dos rotaciones de 90° a una cara, no importa si es en sentido positivo o en sentido negativo, ya que el efecto es el mismo.

Además de las 6 caras, tenemos 3 franjas.

Si nos fijamos en las caras I y D del cubo, vemos que entre ellas queda, como *sandwich*, una franja de 9 cubitos (de hecho son 8, ya que en el interior del Cubo está instalado el mecanismo del mismo), a la que llamaremos VERTICAL (V)

por estar colocada en ese sentido. V = una rotación de 90° de esa franja, en sentido positivo, igual que la cara derecha (es decir, como si esa franja vertical estuviera pegada a la cara derecha). V^2 = una rotación de 180° a esa franja. V' = una rotación de 90° en sentido negativo (figura 4).

Entre T y S queda otra franja, a la que llamaremos HORIZONTAL (H), por estar colocada en ese sentido. H = rotación de 90° de esa franja en sentido positivo, igual que la cara de abajo (es decir, como si esa franja horizontal estuviera pegada a la cara de abajo). H^2 = una rotación de 180° a esa franja. H' = una rotación de 90° a esa franja, en sentido negativo (figura 4).

Entre F y A queda otra franja, a la que llamaremos convencionalmente MEDIO (M). M = una rotación de 90° a esa franja, en sentido positivo, igual que la cara del frente (es decir, como si esa franja media estuviera pegada a la cara del frente). M^2 = una rotación de 180° a esa franja. M' = una rotación de 90° en sentido negativo (figura 5).

Existen 3 tipos de cubitos en el Cubo Mágico.

Los 6 cubitos centrales (cc), que tienen un solo color, y que conservan siempre la misma relación de posición entre sí (por eso nos sirven de guía para saber qué color va en cada cara). Para referirnos a ellos, hablaremos del cc que está en t (en el techo), del que está en d , etc., (con minúscula), (figura 6).

Los 12 cubitos medios (*cm*), que tienen dos colores. Para referirnos a su ubicación, haremos alusión a la arista formada por las dos caras entre las que está colocado. El *cm* de *da* es el que está ubicado en la arista formada por la cara derecha y la cara de atrás. El *cm* de *si* es el que está ubicado en la arista formada por la cara de abajo (suelo) y la izquierda, etc.

Los 8 cubitos de las esquinas (*ce*), que tienen tres colores cada uno. Para referirnos a su ubicación, utilizaremos las iniciales de las tres caras en cuya esquina se encuentran colocados. El *ce* de *itf* es el que se encuentra en la esquina formada por las caras izquierda, techo y frente; el *ce* de *iaf* es el que se encuentra en la esquina formada por las caras izquierda, atrás y frente, etc. (Para nuestro propósito, no importa el orden en que se cite cada cara; así, *iaf* = *ifa* = *ati*).

Un cubito puede estar en el sitio que le corresponde, aunque no tenga sus colores orientados correctamente. Diremos entonces que está bien colocado pero mal orientado. Cuando hablamos de ordenamiento, vgr. de una cara, queremos decir que tiene sus cubitos bien colocados y bien orientados. En las siguientes figuras los cubitos ya ordenados aparecerán sombreados.

Llamamos *operador* a un conjunto de rotaciones de diversas caras que producen sobre el cubo un efecto determinado. En cada uno de los pasos necesarios para armar el cubo iremos indicando el operador que produce los efectos necesarios.

RECOMENDACIONES GENERALES ANTES DE EMPEZAR

1. Es preciso sostener el cubo siempre en la misma posición, por lo menos mientras se realiza cada uno de los pasos. Si a la mitad de un operador se nos olvidó cuál es el frente, cuál la derecha, etc., el resultado será el desordenamiento de los cubitos que ya habíamos arreglado. Entonces será necesario

volver a empezar desde el primer paso.

2. Es conveniente leer las instrucciones completas dadas para cada paso, antes de ejecutar el operador indicado en ese paso. Esto es debido a que en cada etapa del proceso existen varias posibilidades de ubicación de los cubitos que nos interesa ordenar; es necesario que el lector conozca esas posibilidades, para que pueda escoger las instrucciones que se refieren al caso particular en que se encuentra su propio cubo.

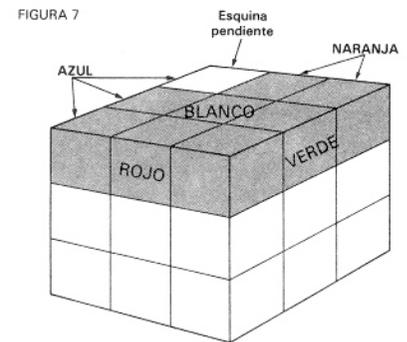
3. No hay que continuar con el siguiente paso, hasta no estar seguros de que el paso anterior fue realizado correctamente.

4. Para deshacer el efecto de un operador, es decir, para regresar el cubo a la posición que tenía antes de ejecutar ese operador, hay que hacer los movimientos contrarios y en el orden inverso. Si el operador es, por ejemplo: $D' T' F' T'$; para deshacer el efecto de ese operador hay que hacer los movimientos contrarios, y en el orden inverso, es decir: $T' F' T' D'$. Para esto, es necesario recordar qué cara quedaba al frente, cuál al techo, etc.

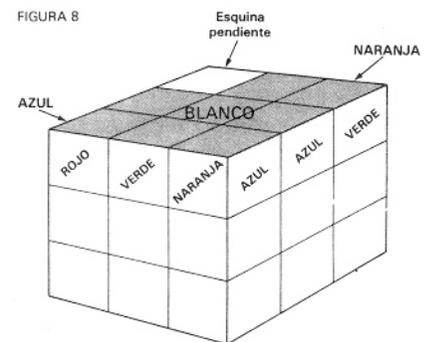
5. Procure no sólo repetir mecánicamente los operadores que iremos señalando, sino que trate de analizarlos, entender su mecanismo, y finalmente memorizarlos, con el fin de poder reconstruir el cubo cada vez más rápidamente.

PRIMER PASO: ORDENAMIENTO DE UNA CARA, CON EXCEPCIÓN DE UNA DE SUS ESQUINAS:

El primer paso es ordenar una cara, es decir, colocar sus 9 cubitos no sólo con el mismo color hacia arriba, sino cuidando que los colores laterales también coincidan. Si quedan hacia arriba, por ejemplo, puros colores blancos, pero los colores de los lados de esos cubitos no coinciden, será imposible armar las otras caras del cubo (figuras 7 y 8).



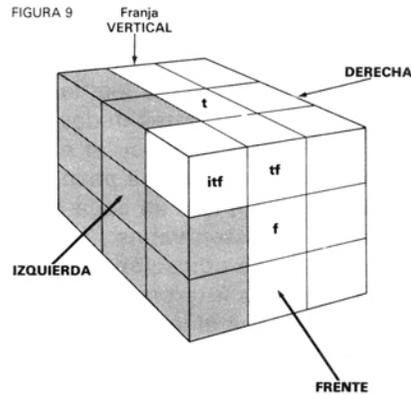
BIEN



MAL

Suponemos que el lector interesado ya es capaz de realizar esta operación. Si no es así, le sugerimos que trabaje con el cubo hasta que la logre realizar con facilidad y rapidez. Esto le dará una familiaridad con los movimientos del cubo y con sus implicaciones, que ninguna lectura le podrá dar.

Dejamos el ordenamiento de una de las esquinas para el tercer paso, ya que de cualquier manera los movimientos que realizaremos



en el segundo paso la sacarían de su lugar.

**SEGUNDO PASO:
ORDENAMIENTO DE LA FRANJA
SIGUIENTE, CON EXCEPCION DE
UNA DE SUS ARISTAS:**

Para este paso, colocamos el cubo de manera que la cara ordenada quede del lado izquierdo, y la esquina faltante en la posición *itf*. Al colocar así el cubo, la franja que vamos a ordenar es la vertical (*V*), (figura 9).

Ordenar esta franja equivale a ordenar sus cuatro aristas (menos una que dejaremos pendiente). Los cubitos centrales de esta franja vertical nos servirán de guía para saber qué cubito medio va en cada arista.

Supongamos, por ejemplo, que *t* es blanco, y *f* es verde; en la arista *tf* debe ir el cubito medio blanco-verde. Ese es el cubito que vamos a colocar ahí.

Lo primero, pues, es localizar dicho cubito, que puede estar ya sea en algún lugar de la cara derecha, o en la misma franja vertical.

Si está en algún lugar de la cara derecha, mediante rotaciones de dicha cara hay que colocarlo junto al cubito central de *f* o de *t*, de acuerdo con lo siguiente:

Si ese cubito tiene hacia la derecha el color de *t* (en nuestro caso el blanco), hay que colocarlo junto a *t* (figura 10). Si el cubito tiene hacia la derecha el color de *f*

(en nuestro caso el verde), hay que colocarlo junto a *f* (figura 11).

Si lo hemos puesto junto a *t*, para colocarlo en su lugar basta ejecutar el siguiente operador: $FD'F'$. Si lo hemos puesto junto a *f*, para colocarlo en su lugar basta ejecutar el siguiente operador: $T'DT$, (figura 11).

Si el cubito blanco-verde está en algún lugar de la franja vertical, mediante rotaciones de dicha franja lo colocamos en la posición *tf*, y ejecutamos cualquiera de los operadores mencionados, para pasarlo a la cara derecha. Entonces seguimos desde el principio las instrucciones ya mencionadas en este paso.

Una vez colocado el primer cubito medio de la franja vertical, damos una rotación a dicha franja para colocar en *tf* una arista que aún no esté ordenada, y repetimos la operación ya descrita. Hay que tener cuidado de que el cubito esquina que quedó desordenado en la cara izquierda, quede siempre en *itf*.

De esta manera ordenamos tres de las aristas de esta franja vertical, y dejamos la última pendiente para el quinto paso.

**TERCER PASO:
ORDENAMIENTO DE LA ESQUINA
QUE QUEDO PENDIENTE EN LA
PRIMERA CARA:**

Coloquemos ahora el cubo con la cara ordenada hacia arriba, y con la esquina faltante en la posición *ftd*. La arista que, en el paso

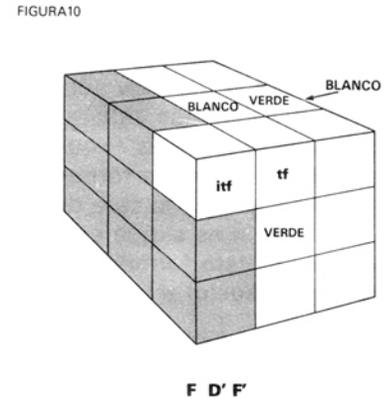
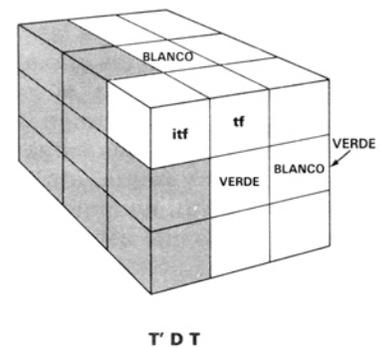


FIGURA 11



anterior, nos quedó pendiente en la ahora franja horizontal, hay que colocarla en *fd* (aunque los colores de esta franja no coincidan con los colores laterales de la cara de arriba). Localizamos el cubito esquina que le falta a la cara de arriba y, si está en el suelo, girando éste lo colocamos en *fsd* (figura 12). Si ese cubito faltante está en su sitio (*ftd*), pero mal orientado, ejecutamos $D'SD$ para pasarlo al suelo, a la posición *fsd*, y seguimos con las instrucciones. (Si por casualidad al final del paso anterior ese cubito hubiera quedado en su sitio, y bien orientado, se puede seguir con el cuarto paso).

Para colocar este cubito en su sitio de manera que quede bien orientado, es decir con el color de *t* hacia arriba, hay que observar de qué lado tiene ese color.

Si el color de *t* está mirando hacia el frente, se ejecuta el siguiente operador: $S'D'SD$.

Si el color de *t* está mirando hacia la derecha, se ejecuta el siguiente operador: $S'FS'F'$.

FIGURA 12

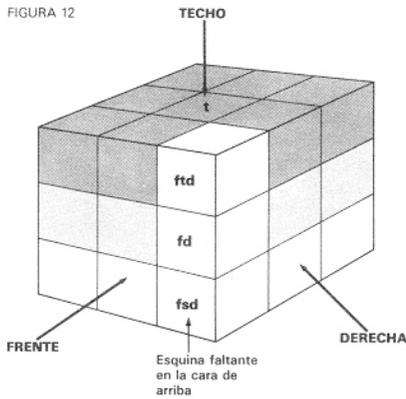
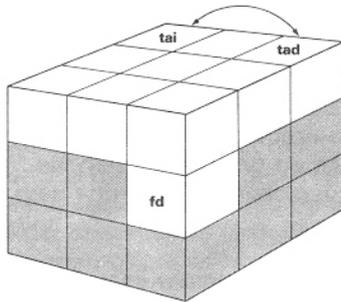


FIGURA 14



Si el color de t está mirando hacia el suelo, se ejecuta el siguiente operador: $D' S D F S^2 F'$.

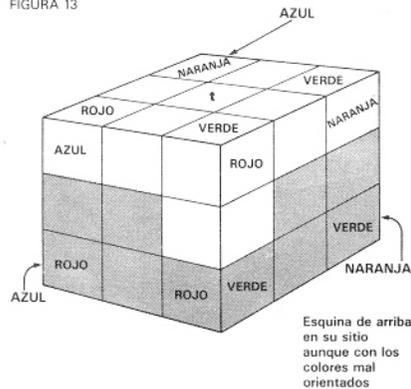
De esta manera queda completamente ordenada esa primera cara.

CUARTO PASO:
COLOCACION EN SU LUGAR DE LAS ESQUINAS DE LA ULTIMA CARA, AUNQUE NO QUEDEN BIEN ORIENTADAS:

Colocamos ahora el cubo con la cara ordenada hacia abajo, y hacemos coincidir los colores de la franja horizontal con los colores laterales de la cara de abajo; además, giramos el cubo de manera que la arista que le falta a la franja horizontal quede en la posición fd .

El objetivo de este paso es colocar en su sitio las esquinas de arriba, aunque no queden con sus colores bien orientados. Para este trabajo nos servirán de guías las esquinas de abajo, que sí están bien orientadas.

FIGURA 13



Girando el techo, vemos si las esquinas de arriba están o no en su sitio. Los colores laterales de las esquinas inferiores nos indican cual es la esquina superior que debe ir encima de cada una de ellas.

Si por casualidad al final del paso anterior las cuatro esquinas de arriba quedaron en su sitio, aunque con los colores mal orientados, se puede seguir con el quinto paso (figura 13).

En caso de no ser así, es importante notar que, sea cual fuere la posición en la que hayan quedado las esquinas de arriba, siempre habrá dos que puedan ser colocadas en su sitio mediante la simple rotación del techo (aunque sus colores queden mal orientados).

La tarea ahora consiste, pues, en averiguar cuáles son estas dos esquinas. Para esto, vamos girando el techo, hasta que, en una de sus posiciones, haya dos esquinas de arriba que coincidan con las esquinas de abajo. Una vez detectadas éstas, nos fijamos en las otras dos, las que están fuera de sitio, ya que son las que vamos a colocar en su sitio. Estas pueden estar en lugares adyacentes (es decir, una junto a la otra) o en lugares opuestos (es decir, una en contraesquina de la otra).

Si están en lugares adyacentes: tomamos el cubo de manera que la arista faltante a la franja horizontal quede en fd , y giramos el techo de forma que las dos esquinas de arriba que están mal colocadas queden en la parte posterior del cubo, es decir, en las

posiciones tai y tad . Entonces ejecutamos el siguiente operador: $F' T F D' F D F'$ (figura 14).

Este operador tiene por efecto cambiar de sitio entre sí las dos esquinas colocadas en tai y tad , sin desordenar el resto del cubo, con excepción del cubito medio de fd (por eso lo hemos dejado sin colocar hasta ahora).

Si las dos esquinas de arriba que están mal colocadas, están en lugares opuestos (en contraesquina), se ejecuta el siguiente operador: $F D T D' T' F'$.

El efecto de este segundo operador es cambiar de sitio entre sí dos de las esquinas opuestas de arriba, sin desordenar el resto del cubo. No importa en qué posición esté el techo al ejecutar este operador; siempre tendrá el mismo efecto.

Al terminar de realizar cualquiera de los operadores indicados, hay que revisar la posición en la que quedaron las esquinas de arriba. No hay que seguir con el quinto paso hasta no estar seguros de que efectivamente las cuatro esquinas de arriba están en el lugar correcto, aunque sus colores no hayan quedado bien orientados.

QUINTO PASO:
ORDENAMIENTO DE LA ARISTA QUE QUEDO PENDIENTE:

Coloquemos ahora el cubo con la cara completa hacia la izquierda; la arista faltante en la franja vertical debe estar colocada en ft .

Localizamos el cubito medio que debe ir en ft . Lo más probable es que esté en algún lugar de la cara derecha, aunque puede haber quedado en el sitio que le corresponde, pero con los colores mal orientados. (Si está en su sitio y bien orientado, pasar al sexto paso).

Si está en la cara derecha, girando ésta lo colocamos en ds (figura 15).

Si ese cubito tiene hacia el lado derecho el color que debe ir al

FIGURA 15

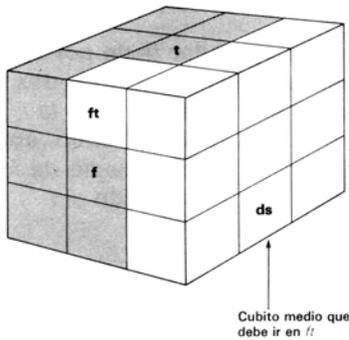


FIGURA 16

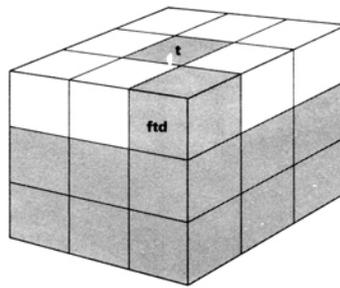
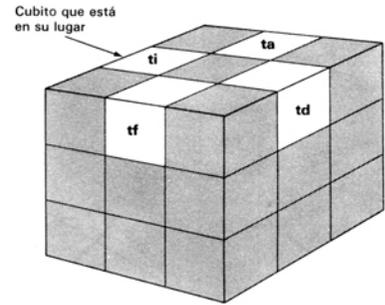


FIGURA 17



frente, ejecutemos el siguiente operador: $S'V'S^2 V S M S^2 M'$.

Si ese cubito tiene hacia el lado derecho el color que debe ir en el techo, ejecutamos el siguiente operador: $D'A V A^2 V'A'H A^2 H'$.

Si por casualidad, al final del paso anterior el cubito medio de *ft* hubiera quedado en su sitio, pero con los colores mal orientados, se ejecuta una primera vez cualquiera de los operadores mencionados (sosteniendo el cubo como indica la figura), con el fin de sacar ese cubito a la cara derecha. Una vez ahí, se siguen las instrucciones indicadas para el caso.

Una vez que el lector domine estos dos operadores, notará que de hecho es un mismo operador (tienen los mismos movimientos y en el mismo orden), pero para diferentes posiciones del cubo. El efecto de este operador es ordenar en su sitio el cubito medio de *ft*, sin desordenar las partes del cubo ya ordenadas, y conservando el mismo orden de las cuatro esquinas de la cara faltante (fruto del paso anterior).

**SEXTO PASO:
ORIENTACION CORRECTA DE LAS
ESQUINAS DE LA ULTIMA CARA:**

Colocamos el cubo con la cara ordenada hacia abajo. Hasta el momento, tenemos las dos hileras inferiores ya ordenadas; y en la cara de arriba, tenemos las cuatro esquinas colocadas en el orden correcto, aunque con los colores mal orientados. (Si por casualidad al final del quinto paso estas cuatro

esquinas hubieran quedado bien orientadas, es decir con el color de *t* hacia arriba, se puede continuar con el séptimo paso).

Para orientar correctamente estas esquinas, vemos cuántas tienen el color de *t* hacia arriba. Hay tres posibilidades: que ninguna esquina tenga el color de *t* hacia arriba, que sólo una lo tenga hacia arriba, y que dos lo tengan hacia arriba.

Empecemos por el caso más sencillo: que sólo una esquina tenga el color de *t* hacia arriba. La colocamos en *ftd* (figura 16), y ejecutamos el siguiente operador: $D'T^2 D T D'T D$.

Si con este movimiento las 4 esquinas quedan con el color de *t* hacia arriba, seguir adelante con el séptimo paso. Si no, es que volvió a quedar una sola esquina con el color de *t* hacia arriba. Giramos el cubo para volverla a colocar en *ftd*, y ejecutamos de nuevo el mismo operador. Ahora sí quedarán bien orientadas.

En el caso de que ninguna de las esquinas tenga el color de *t* hacia arriba, se coloca en *ftd* una esquina que tenga el color de *t* hacia el frente (no hacia la derecha) y se ejecuta el operador indicado. Al final, una de las esquinas tendrá el color de *t* hacia arriba. Girando el cubo, se la coloca en *ftd*, y se ejecuta de nuevo el operador indicado, para así dejar bien orientadas las 4 esquinas.

En el caso de que sean dos las esquinas que tengan el color de *t*

hacia arriba, hay que colocar en *ftd* una de las otras dos, la que tenga el color de *t* hacia la derecha (y no hacia el frente), y se ejecuta el operador indicado. Al final, una de las esquinas tendrá el color de *t* hacia arriba. Girando el cubo, se la coloca en *ftd*, y se siguen las instrucciones dadas arriba para este caso.

(Si al terminar este paso las 4 esquinas quedan con el color de *t* hacia arriba, pero con los colores laterales desordenados, es que falló el cuarto paso: colocación de estas esquinas en su lugar, aunque queden mal orientadas. Hay que regresar y repetir el proceso a partir del cuarto paso).

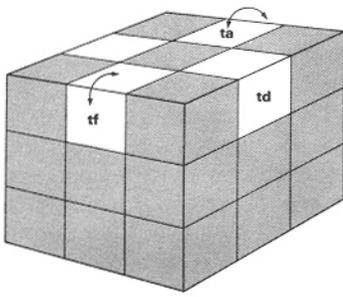
**SEPTIMO PASO:
COLOCACION EN SU LUGAR DE
LOS CUBITOS MEDIOS DE LA
ULTIMA CARA:**

Conservamos el cubo en la misma posición que en el paso anterior, y hacemos coincidir los colores laterales de las esquinas de arriba, con los colores laterales inferiores. Si por casualidad los cubitos medios del techo hubieran quedado en su sitio (aunque con los colores mal orientados), seguir con el último paso.

Si no es así, tenemos dos posibilidades: un cubito medio está en su sitio, y los otros tres fuera de sitio; o los cuatro están fuera de sitio. (No es posible que dos estén en su sitio y dos no).

Veamos la primera posibilidad: que uno esté en su sitio y los otros tres no. Giramos el cubo de manera

FIGURA 18



que el que está en su sitio quede en ti (figura 17).

Si el cubito que debería ir en td está en ta , se ejecuta el siguiente operador: $D^2 S A^2 V A^2 V' S' D^2$. (La primera parte del operador es para preparar el movimiento importante, que es la segunda parte; la tercera parte del operador es para deshacer el movimiento que se hizo en la primera parte).

Si el cubito que debería ir en td está en tf , se ejecuta el siguiente operador: $D^2 S' F^2 V' F^2 V S D^2$. (Como se podrá observar, es de hecho el mismo operador que el anterior, pero para diferente posición del cubo).

En el caso de que los cuatro cubitos medios del techo estén fuera de sitio, tenemos dos posibilidades.

Si cada cubito medio está enfrente del lugar en que debería estar, se ejecuta el siguiente operador: $V^2 S^2 V^2 T V^2 S^2 V^2 T'$.

Si cada cubito medio está en un lugar adyacente a aquel en el que debería estar, se ejecuta el primero o el segundo de los operadores indicados más arriba (para el caso de que un solo cubito medio estuviera en su lugar). Al finalizar este movimiento, notaremos que un cubito medio ya está en su lugar, y los otros tres

no, que es el primer caso analizado. Seguir entonces las instrucciones ya indicadas para ese caso.

Si al finalizar los movimientos indicados, los cubitos medios del techo no sólo quedaron en su sitio, sino también quedaron bien orientados ¡felicidades! Ha terminado de armar el Cubo Mágico. Si no es así, le falta el último paso.

OCTAVO PASO: ORIENTACION CORRECTA DE LOS CUBITOS MEDIOS DE LA ULTIMA CARA:

Lo único que resta ahora es voltear los cubitos del techo (que pueden ser dos o cuatro) para que queden bien orientados.

Si son dos los que faltan, y están uno frente al otro, hay que colocarlos en tf y ta , (figura 18), y ejecutar el siguiente operador:
 $V T V T V T^2 V' T V' T V' T^2$.

Si son dos los que faltan, pero están en lugares adyacentes, giramos el cubo para colocarlos en ta y td , y ejecutamos $D'F'$ para colocarlos uno frente al otro. Se ejecuta el operador indicado más arriba, y al final se ejecuta al revés el movimiento de preparación, o sea FD .

Si son los cuatro cubitos medios los que hay que voltear, se ejecuta una vez el operador

indicado, para voltear tf y ta . Al terminar, se gira el cubo para colocar en tf y ta los dos faltantes, y se repite de nuevo el operador. (Existe otro operador que tiene por efecto voltear los 4 cubitos medios de arriba, sin desordenar ninguno de los demás cubitos. Es el siguiente:

$$D'I'H'D^2 H^2 V A V' H^2 D^2 H I D T'$$

Aunque este operador es más difícil de recordar, tiene la gran ventaja de lograr en sólo 14 movimientos el mismo efecto que la repetición dos veces del anterior, que dan 24 movimientos. Es decir, es más económico).

De esta manera hemos regresado el Cubo Mágico a su posición original.

DIVIRTIENDOSE CON EL CUBO MAGICO.

A continuación presento una serie de operadores* que, partiendo del cubo en su posición original, producen como efecto una serie de figuras geométricas.⁴ El lector interesado pasará algunos ratos agradables reproduciendo estas figuras en su cubo. Para regresar el cubo a su posición original después de haber ejecutado un operador, hay que realizar los movimientos contrarios en el orden inverso. (Si se movió $V'H V'H'$, hay que mover al revés: $H V'H'V$).

*

SEIS PUNTOS
CUATRO PUNTOS
SEIS X
DOS X Y CUATRO BARRAS
DOS X
CUATRO CRUCES
CUATRO DIAGONALES
GRECAS
CUATRO H
DOS H
CUATRO U
UNA H y DOS U
EXAGONO
CUATRO BARRAS
DOBLE CUBO
TRIPLE CUBO
(al anterior añadir)
SERPIENTE
OTRA SERPIENTE

$V'H V'H'$
 $V'H^2 V H^2$
 $V^2 H^2 M^2$
 $V^2 H^2$
 $D^2 S^2 D^2 S^2 D^2 S^2 T^2 I^2 T^2 I^2 T^2 I^2$
 $V^2 M^2 T^2 V^2 M^2 S^2$
 $F A D I F A D I F A D I$
(Al anterior añadir): H^2
 $V'H^2 V'H^2$ (o también): $V^2 M^2 T^2 V^2 M^2 T^2$
 $V^2 T^2 V^2 T^2$
 $H D^2 H D^2$
 $V T V T V T^2 V' T V' T V' T^2$
 $S D F^2 D'F'S'D^2 S^2 D F^2 S D^2 S'D'F'S'F^2 S D$
 $D^2 F^2 I^2 D^2 F^2 I^2$ (o también): $I^2 T^2 V^2 S^2 I^2$
 $F'D T^2 D'T'A T^2 A'T F A I' S^2 I S F'S^2 F S'A'$
 $I^2 F'T A'T' I'A' I F' I'A' I T A T' I^2$
 $A V'A'D^2 A V'A'D^2 T A^2 H'F^2 S'$
 $D T F^2 S'V'H'D'S'F'S^2 F I^2 S F^2 S'F'I'S' I^2 S F$

4. La mayoría de los siguientes movimientos fueron adaptados del libro de Warusfel, André, *Réussir le rubik's cube*. París, Editions Denoël, 1981.