



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

**PERFILES
EDUCATIVOS**

ISSN 0185-2698

Bañuelos Márquez, Ana María (1995)
**“RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS
EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO”**
en Perfiles Educativos, No. 67 pp. 50-58.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Ana María BAÑUELOS*

Dentro de la problemática de las estrategias instruccionales y de aprendizaje se realizó la presente investigación sobre resolución de problemas matemáticos en estudiantes de bachillerato, considerando variables del sujeto, de la tarea, del contenido y del material. La pregunta central es ¿cómo influyen diferentes representaciones de problemas, estilos cognitivos y rendimiento académico en la resolución de problemas matemáticos?

El estudio se realizó con una muestra de 120 estudiantes de bachillerato del Instituto Politécnico Nacional, las variables independientes fueron: estilo cognitivo, distintas representaciones de problemas matemáticos y rendimiento académico. La variable dependiente fue el proceso de resolución de problemas de cálculo elemental.

El diseño metodológico fue factorial 2x2x3, los materiales empleados fueron la Prueba de Figuras Ocultas de Witkin y una Resolución de Problemas Matemáticos. Las pruebas estadísticas utilizadas fueron la Prueba "t" de Student y Análisis de Varianza.

Los resultados mostraron diferencias estadísticamente significativas en la resolución de problemas de acuerdo con el tipo de problema; no se encontraron diferencias en cuanto al rendimiento escolar.



SOLUTIONS OF MATHEMATICAL PROBLEMS BY PREPARATORY SCHOOL STUDENT. *In relation to the problems of instructional and learning strategies, this paper is focused on the solving of mathematical problems by preparatory school students.*

The investigation considers variables on subjects, tasks, contents and materials. The central question is: How does differences in the presentation of problems, in cognitive styles and in the academic yield, affect the solution of mathematical problems?

The study was made with 120 students of the Instituto Politecnico Nacional. The independent variables were: cognitive styles, different representations of mathematical problems and academic yield. The dependent variable: the process of the solving of problems of elementary calculus.

The methodological design was factorial 2x2x3; the materials used were "The Test of Hidden Figures" by Witkin and "Solutions of Mathematical Problems". The statistics used were Test "t" of Students and Analysis of Variability. The results showed significant statistical differences in the solution of problems, according to the type of problems, according to the type of problem. No differences were found regarding academic yield.

* Investigadora del CISE.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se enmarca dentro de la psicología instruccional, y surge del interés por el estudio de uno de los procesos cognitivos más relevantes en la educación, la resolución de problemas. El modelo instruccional subyacente es integral, esto es, considera variables del sujeto y de la tarea, del contenido y del material. Dicha consideración permite conocer más los constructos cognitivos de interés y con esto proponer estrategias instruccionales y de aprendizaje en un contexto académico específico, con mayor coherencia y solidez teórica.

Las variables del aprendizaje fueron: su estilo cognitivo y rendimiento académico; la tarea fue la resolución de problemas; el contenido fue matemáticas y el material consistió en tres tipos de representación de problemas: textual, simbólico y gráfico.

Desde el modelo del Procesamiento Humano de Información, paradigma dominante de la psicología cognitiva, el proceso de resolución de problemas supone la entrada como la percepción del problema, la salida como la respuesta posible, y entre estas dos, el conocimiento de tipo declarativo y procedimental. A partir de esta percepción se estructura el espacio del problema, que es el mecanismo que establece el estado inicial, la meta, las restricciones que deben tenerse en cuenta y las estrategias que se pondrán en juego.

Esta percepción puede verse afectada por variables del sujeto como el estilo cognitivo, esto es, por la forma habitual de estructurar el ambiente exterior. El tema de estilo cognitivo no es nuevo, data de la década de los setenta con las investigaciones de Witkin, y desde entonces se ha propuesto que el profesor trate de adaptar su instrucción al estilo cognitivo predominante de los alumnos. Esta preocupación surge debido a los efectos que el campo perceptual tiene sobre la forma en que se adquiere, procesa y recupera la información adquirida. Esto es particularmente importante en la resolución de problemas y en especial, problemas matemáticos, ya que para encontrar su resolución es necesario que, una vez comprendido el planteamiento, se descompongan los componentes específicos y se reorganicen de manera distinta.

El objetivo de la presente investigación fue estudiar el proceso de resolución de problemas en estudiantes de bachillerato con diferentes estilos cognitivos y rendimiento académico. Para tal fin se describe lo relativo a los estilos cognitivos de dependencia-independencia de campo, el proceso de solución de problemas matemáticos, las preguntas de investigación, el método, los resultados y las conclusiones.

Marco teórico **Estilo Cognitivo**

El estilo cognitivo se refiere a la forma habitual que tiene un sujeto de estructurar su ambiente. Se pone el énfasis en la organización del pensamiento más que en el contenido (Goldstein y Blackman, 1978). Existen muchas tipologías de estilos (Messick, 1970, citado en Canelos, 1988): reflexivo-impulsivo, analítico-temático, control flexible- rígido, de conceptualización, etc. Sin embargo, el estilo que en este trabajo se abordara es el de dependencia de campo de Witkin, debido a que es el estilo con mayor apoyo empírico y el mayor predictor en la resolución de problemas.

De acuerdo con Witkin (1977, citado en Oliveros, 1986), el estilo cognitivo se da en función del grado en que un sujeto depende principalmente de si mismo o es influido por el ambiente exterior (campo) en su funcionamiento psicológico. Sus dimensiones son: dependencia e independencia de campo.

Las características mas sobresalientes de los sujetos dependientes e independientes de campo reportados por Witkin (Canelos, *op. cit.*; Goldstein, *op. cit.*; Woolfolk, 1987), son:

Dependientes	Independientes
<ul style="list-style-type: none"> - Visualizan patrones en forma más global - Aprenden mejor con mas claves visuales y mas reforzamiento - Son mejores en el aprendizaje de contenido social - Requieren una estructura, unos objetivos y un refuerzo exteriormente definidos - Experimentan una mayor dificultad en aprender un material no estructurado - Tienen a aceptar la organización dada y son incapaces de reorganizarla - Necesitan instrucciones más explícitas sobre la forma de resolver problemas - Les es difícil reestructurar los elementos de un problema para su solución - Tienen a confundir relaciones de figura-fondo, les es difícil separar información relevante del fondo 	<ul style="list-style-type: none"> - Percepción analítica de los estímulos - Adquieren información con menos claves visuales - Necesitan ayuda para concentrar su atención en material de contenido social - Hábiles y rápidos para abstraer información relevante - Pueden analizar una situación y reorganizarla - Mayor competencia en el análisis y reestructuración cognoscitiva - Capaces de resolver problemas sin instrucciones y orientación explícitas - Pueden reestructurar los elementos de un problema para su solución - Mayor capacidad para descubrir características sobresalientes en un campo complejo

Para los propósitos de este estudio, las características más sobresalientes de los sujetos dependientes e independientes son las que se refieren a la resolución de problemas, y al respecto existe evidencia empírica que apoya su relación. Alsina (1990) llevo a cabo una investigación de resolución de problemas matemáticos en estudiantes con esfera dependiente e independiente de campo, sus hallazgos apuntaron hacia una mejor ejecución en los estudiantes independientes empleando más estrategias de planificación, construcción de modelos, analogías y verificación. En este mismo estudio se discuten estudios similares que reportan haber encontrado una correlación positiva y significativa entre el estilo cognitivo y la resolución de problemas matemáticos. Otros caracterizan a los individuos con estilo independiente de campo argumentando que son solucionadores exitosos de problemas matemáticos, además de aplicar una mayor variedad de procesos heurísticos (Heller, 1982; Dodson, 1972; Blake, 1976; Walter, 1984; citado en Alsina *op. cit.*).

Niaz (1987) encontró que el rendimiento en distintas tareas piagetianas basadas en razonamientos sobre control de variables, desplazamiento de volumen, conservación de peso y relaciones espaciales, de los sujetos dependientes de campo, se ve más afectado por efectos del exterior (campo) y su ejecución es deficiente. En cuanto al pensamiento formal, Maris (1990) estudió la relación entre este y el estilo cognitivo, y reporta no existir asociación entre la dependencia-independencia de campo y las operaciones formales en adolescentes y adultos.

Por lo que corresponde a las otras variables de interés de este estudio, esto es, la representación de problemas, la investigación indica lo siguiente. Parra (1990) discute el papel de la representación en la solución de problemas, argumentando que la representación gráfica debiera entenderse como organizadora de las representaciones mentales que los estudiantes hacen en situaciones de problemas. La representación debería ser un recurso habitual que se utiliza no solo para ilustrar conceptos nuevos, sino para desarrollar en el estudiante la capacidad para buscar relaciones y reconocer patrones, cuestión primordial en matemáticas.

Resolución de Problemas

La resolución de problemas es un proceso cognitivo complejo que involucra el conocimiento almacenado en la memoria a corto y largo plazo y la aplicación de este, esto es, el conocimiento estático o declarativo y el procedimental, que incluye habilidades (Dijkstra, 1991).

Desde el punto de vista del modelo de Procesamiento Humano de Información, la solución de problemas supone la entrada como la percepción del problema, y la salida del sistema cognitivo como la respuesta, quedando entre una y otra los conocimientos mencionados. La estructura o espacio del problema es la que establece el estado inicial, la meta y las restricciones que deben tenerse en cuenta. Es la representación que el solucionador se hace en el momento de enfrentarse a un planteamiento.

La representación de un problema contiene cinco componentes específicos (Glover, Ronning y Bruning, 1990):

- Una serie de elementos que representan el conocimiento relacionado con el problema.
- Una serie de operadores que en conjunto con la información previa, produce nuevo conocimiento.
- Un estado inicial de conocimiento acerca del problema específico.
- El problema en si, que contiene el estado meta e inicial.
- Y un conocimiento total no solo del problema particular, sino conocimiento general sobre como se resuelve un problema.

Lo anterior requiere la siguiente secuencia: los primeros pasos implican el uso de conocimiento y habilidades generales que le permiten al sujeto comprender el enunciado del problema, seguido de esto se elabora una secuencia de operadores que, integrados en una serie correcta, exprese una respuesta correcta. El sujeto regresa al enunciado del problema y analiza si es necesario una re-representación de la tarea.

El resolver un problema, sea de algún contenido académico o no, comprende dos mecanismos que vale la pena describir primeramente: algoritmo y heurística.

El algoritmo es un proceso que especifica paso a paso la solución de un problema. La heurística tiene que ver con estrategias generales de solución y reglas de decisión basadas en la experiencia previa con problemas similares (Ormrod, 1990). Entre las estrategias heurísticas de solución de problemas se encuentra el análisis medios-fin y el trabajo hacia atras (Ormrod, *op. cit.*)

El análisis medios-fin consiste en descomponer el problema en submetas y solucionarlas una a una hasta completar la tarea. Con el trabajo hacia atras se resuelve el problema yendo de la meta al principio, este es útil cuando el estado meta del problema esta claro y el inicial no.

Resolución de problemas matemáticos

Si se considera que las estrategias de resolución de problemas ayudan a interpretar los problemas, a localizar el conocimiento y los procedimientos almacenados y a generar nuevas relaciones para llegar a la meta planteada, es necesario conocer cuales son estas con el fin de identificarlas en un proceso de solución e intervenir en su mejoría desde el punto de vista instruccional.

Entre los principales teóricos de la resolución de problemas matemáticos que han aportado una serie de estrategias de resolución, se encuentran, en orden cronológico, entre otros: Polya, Schoenfeld y Kantowsky, cuyos supuestos se describirán a continuación. Cabe mencionar que los últimos dos teóricos retoman componentes de sus predecesores.

Para Polya (1957, citado en Resnick, 1990), un problema se resuelve correctamente si se siguen los siguientes pasos: comprender el problema, concebir un plan para descubrir la solución, ejecución del plan y verificación del procedimiento y comprobación del resultado.

Comprensión del problema

Primero ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuáles son las condiciones?
Debe comprender el problema. ¿Es posible cumplir las condiciones? ¿Son suficientes las condiciones para hallar la incógnita? ¿O son insuficientes? ¿O son redundantes? ¿O son contradictorias?

Dibuje una figura. Adopte una notación adecuada. Separe las diferentes partes de las condiciones. ¿Puede ponerlas por escrito?

Concepción de un plan

¿Se ha encontrado antes con el problema? ¿O lo ha visto antes de forma diferente? ¿Conoce algún problema relacionado? ¿Conoce algún teorema que pueda ser útil? Mire la incógnita. E intente recordar algún problema familiar que tenga una incógnita igual o parecida.

Segundo He aquí un problema relacionado con el suyo, y que se ha resuelto antes.
Descubra las relaciones entre los datos y la incógnita. Puede verse obligado a tomar en cuenta problemas auxiliares si no encuentra una relación inmediata. Deberá llegar a tener un *plan* de resolución. ¿Podría utilizarlo? ¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría utilizar su método? ¿Debería introducir algún elemento auxiliar que pueda utilizar?

¿Podría replantear el problema? ¿Podría volverlo a replantear de otra forma diferente todavía? Vuelva al planteamiento original.

Si no puede resolver el problema propuesto, intente resolver primero algún problema que se relacione con el mismo. Podría imaginarse algún problema más sencillo, relacionado con este? ¿Algún problema más general? ¿Algún problema más particular? Algún problema análogo? Podría resolver alguna parte del problema? Mantenga solo una parte de las condiciones, abandone la otra parte. Hasta que punto se determina entonces la incógnita, ¿cómo puede variar? ¿Podría extraer algo práctico a partir de los datos? ¿Podría pensar en otros datos adecuados para hallar la incógnita? ¿Podría cambiar la incógnita, o los datos, o las dos cosas si hace falta, para que la incógnita esta más próxima a los datos nuevos? ¿Ha utilizado todas las condiciones? Ha tenido en cuenta todos los conceptos esenciales que intervienen en el problema?

Ejecución del plan

Tercero Lleve a cabo su plan. Cuando lleve a cabo su plan de resolución, compruebe cada paso. ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrar que es correcto?

Cuarto Verificación

Examine la solución obtenida.

¿Puede comprobar el resultado? ¿Puede comprobar el razonamiento?
¿Puede extraer el resultado de otra manera? Puede percibirlo a primera vista?
¿Puede utilizar el resultado, o el método, para algún otro problema?

Además, Polya propuso el empleo de diversos métodos heurísticos tales como: descomponer el problema en subproblemas más simples, usar diagramas o gráficas y trabajar el problema hacia atrás.

Por su parte, Schoenfeld (Santos, 1992) se ha dedicado desde 1985 a proponer actividades de aprendizaje en el aula; su interés es la necesidad de propiciar situaciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso del desarrollo de las matemáticas. Asume una postura de novato-experto. Su modelo de resolución es el siguiente:

Análisis

- 1) TRAZAR UN DIAGRAMA, SI ES POSIBLE.
- 2) EXAMINAR CASOS PARTICULARES
 - a) Elegir valores especiales que sirvan para ejemplificar el problema y “adquirir mano”.
 - b) Examinar casos límites, para explorar la gama de posibilidades.
 - c) Asignar a los parámetros enteros que puedan figurar la se a consecuencia de valores 0, 1, 2, ... y buscar una pauta inductiva.
- 3) PROBAR A SIMPLIFICAR EL PROBLEMA
 - a) sacando partido de posibles simetrías, o
 - b) mediante razonamientos “sin pérdida de generalidad” (incluidos los cambios de escala).

Exploración

- 1) EXAMINAR PROBLEMAS ESENCIALMENTE EQUIVALENTES:
 - a) Por sustitución de las condiciones por otras equivalentes.
 - b) Por recombinación de los elementos del problema de distintos modos.
 - c) Introduciendo elementos auxiliares.
 - d) Replanteando el problema mediante:
 - 1) cambio de perspectiva o notación
 - 2) considerando el razonamiento por contradicción o el contrarrecíproco
 - 3) suponiendo que se dispone de una solución y determinando cuales serian sus propiedades.
- 2) EXAMINAR PROBLEMAS LIGERAMENTE MODIFICADOS:
 - a) Elegir subobjetivos (satisfacción parcial de las condiciones).
 - b) Relajar una condición y tratar de volver a imponerla.
 - c) Descomponer el problema en casos y estudiar caso por caso.
- 3) EXAMINAR PROBLEMAS AMPLIAMENTE MODIFICADOS:
 - a) Construir problemas análogos con menos variables.
 - b) Mantener fijas todas las variables menos una, para determinar que efectos tiene esa variable.
 - c) Tratar de sacar partido de problemas afines que tengan parecida:
 - 1) forma
 - 2) datos
 - 3) conclusiones

Recuerde: al manejar problemas afines mas fáciles se debería sacar partido tanto del resultado como del MÉTODO DE RESOLUCIÓN.

Comprobación de la solución obtenida

- 1) ¿VERIFICA LA SOLUCIÓN OBTENIDA LOS CRITERIOS ESPECÍFICOS SIGUIENTES?
 - a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
 - b) ¿Esta acorde con predicciones o estimaciones razonables?
 - c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

- 2) ¿VERIFICA LOS CRITERIOS GENERALES SIGUIENTES?
 - a) ¿Es posible obtener la solución por otro método?
 - b) ¿Puede quedar concretada en casos particulares?
 - c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
 - d) ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Por último, Kantowsky (1980 citado en Alsina, *op. cit.*) propone los siguientes procesos heurísticos que se pueden emplear en un proceso de solución de problemas matemáticos.

1. Dibujar un diagrama (figura, esquema, tabla).
2. Examinar un caso especial.
3. Identificar lo que se busca y lo que se da.
4. Identificar información relevante e irrelevante (examinar toda la información dada).
5. Trabajar hacia adelante desde el principio con la información dada.
6. Trabajar hacia atrás desde la conclusión.
7. Buscar un patrón o encontrar una generalización.
8. Buscar un problema relacionado (énfasis en estructura similar).
9. Buscar un teorema, definición, operación o algoritmo que se aplique al problema.
10. Resolver parte del problema.
11. Verificar la solución.
12. Examinar si existe otra manera de encontrar la solución (soluciones alternas).
13. Examinar si se puede obtener otra solución (originalidad), y
14. Estudiar el proceso de resolución.

Con base en esta revisión se puede concluir que un proceso cognitivo de alto nivel, como la resolución de problemas, y en particular, problemas matemáticos, no debe verse como un proceso aislado, esto es, solucionar un problema involucra variables propias del solucionador (motivación, habilidades matemáticas, sexo, estilo de aprendizaje); del entorno de la tarea que se relaciona de alguna forma con la presentación del problema que se tenga (con información relevante o irrelevante, si es de forma gráfica, simbólica, textual o combinada) y de la representación del problema que implica identificar y comprender lo que se pide, por ejemplo, resolver parte del problema, examinar una solución alternativa, elaborar una generalización, dibujar un diagrama, entre otros.

Preguntas de investigación

Para la aplicación y manejo de estrategias heurísticas de resolución de problemas matemáticos de cálculo:

1. ¿Cómo afecta el estilo cognitivo dependencia-independencia de campo en estudiantes de bachillerato con rendimiento académico alto y bajo?

2. ¿Cómo afecta el estilo cognitivo dependencia-independencia de campo la resolución de distintas representaciones de un problema?
3. ¿Cómo influyen distintas representaciones de problemas, la solución de estos en estudiantes de bachillerato con *rendimiento académico alto y bajo*?

Método

Sujetos:

120 estudiantes de 4º semestre de bachillerato de un plantel del CECYT del Instituto Politécnico Nacional, divididos en los siguientes grupos: rendimiento académico alto y bajo, dependientes e independientes de campo y la representación de problemas de tipo textual, simbólico y gráfico. La muestra fue estratificada, seleccionándose del 4º semestre tres grupos de estudiantes que comprendieron la muestra total.

Variables:

Independientes:

- Estilo cognitivo: dependencia-independencia de campo.
- Representación de problemas: textual, simbólica y gráfica.
- Rendimiento académico: alto y bajo.

Dependiente:

- Resolución de problemas de cálculo y el proceso de solución.

Definiciones:

- *Estilo cognitivo*: grado de facilidad o dificultad con que los sujetos encuentran una figura escondida o disfrazada en una figura más compleja.
- *Representación de problemas*: forma de presentación de los problemas matemáticos para su resolución, siendo textual, simbólica o gráfica.
- *Rendimiento Académico*: Promedio escolar obtenido hasta el 2º año de estudios. *Resolución de problemas matemáticos (cálculo)*: coordinación de experiencias previas, conocimientos e intuición, en un esfuerzo para encontrar una solución que no se conoce (Parra, *op. cit.*).
- *Proceso de resolución de problemas*: Conjunto de estrategias heurísticas que caracterizan la búsqueda de la solución:
 - a) Dibujar un diagrama.
 - b) Identificar lo que se busca y lo que se da.
 - c) Trabajar hacia adelante desde el principio con la información dada.
 - d) Trabajar hacia atrás desde la conclusión.
 - e) Buscar un teorema, definición, operación o algoritmo que se aplique al problema.
 - f) Resolver parte del problema.
 - g) Verificar la solución, y
 - h) Buscar un patrón o encontrar una generalización (Kantowsky, *op. cit.*).

Diseño metodológico:

Diseño factorial: 2 x 2 x 3

Representación de Problemas

	Textual	Simbólico	Gráfico	
Rendimiento Académico				Estilo Cognitivo
Alto				Dependiente de Campo
Bajo				Independiente de Campo
Alto				= 120
Bajo				
N =	40	40	40	

Materiales:

Se emplearon dos pruebas, la de Figuras Ocultas de Witkin, para determinar el estilo cognitivo predominante de los sujetos, y una de Solución de Problemas Matemáticos, que sirvió para obtener tanto la ejecución de los problemas como las estrategias de resolución que emplearon los participantes.

La prueba de Solución de Problemas Matemáticos fue elaborada bajo tres tipos de representación: textual, simbólica y gráfica; cada una con tres problemas. Los problemas fueron de cálculo elemental, y cada versión tuvo el mismo nivel de dificultad (Ver Anexo).

Procedimiento:

A los sujetos se les pidió que resolvieran la Prueba de Figuras Ocultas de Witkin, posteriormente se repartieron al azar las tres versiones de la prueba de resolución de problemas. Las instrucciones fueron verbales, y se les solicitó que detallaran el procedimiento de resolución incluyendo todos los recursos que utilizaran (gráficas, operaciones, dibujos, etc); si llegaban a una solución parcial o incorrecta, que dejaran plasmado el procedimiento realizado.

La prueba de Figuras Ocultas se calificó como lo marca la misma, un punto a cada uno de los 18 reactivos calificables. Esto permitió tener un rango de 0-18 puntos; de acuerdo con la clasificación estándar de calificación, la media teórica es de 9, con una desviación estándar de 3, lo que indicó que los sujetos con un puntaje de 0-6 fueran dependientes de campo y de 13-18 con un estilo independiente de campo.

Por lo que toca a la Prueba de Resolución de Problemas, la medición de la ejecución de la resolución consistió en otorgar un punto a todos los incisos correctos de cada reactivo. La calificación del procedimiento de resolución consistió en un punto por cada estrategia empleada en cada reactivo. Las estrategias evaluadas fueron las anteriormente mencionadas en la metodología.

El parámetro del rendimiento académico alto fue el promedio escolar de 8-10, mientras que el bajo se consideró de 6-7.9.

Prueba Estadística:

Las pruebas estadísticas empleadas para las comparaciones entre las distintas condiciones y la variable dependiente, fueron la Prueba "t" de Student y Análisis de Varianza Simple y Multifactorial.

Resultados

El promedio del rendimiento escolar en los dos años que llevan de bachillerato los estudiantes fue de 7.4, con una desviación estándar de 1.2. La variable estilo cognitivo mostró una media de 14, con desviación estándar de 3, lo que denota un predominante estilo de esfera independiente de campo en la muestra estudiada.

La ejecución en la resolución de los problemas matemáticos fue de 5.1, con 2.5 de desviación estándar, mientras que de las ocho estrategias heurísticas posibles para las resoluciones, en promedio se emplearon cinco, prevaleciendo el dibujo de diagramas, la identificación de lo que se busca y lo que se da, el trabajo hacia adelante desde el inicio, la resolución parcial del problema y la verificación de la solución.

Los siguientes análisis se realizaron por separado para la variable dependiente resolución de problemas y el proceso de resolución que incluyo el uso posible de las ocho estrategias heurísticas.

Debido a que los datos obtenidos en la variable estilo cognitivo, mostraron una mayoría de sujetos independientes de campo (85%), no se realizaron las comparaciones que comprendían sujetos independientes y dependientes, por su escaso numero. Los análisis presentados se refieren únicamente a estudiantes de esfera independiente de campo.

Pregunta 1

Para la ejecución y manejo de estrategias heurísticas de resolución de problemas matemáticos de calculo: ¿Cómo afecta el estilo cognitivo independencia de campo en estudiantes de bachillerato con rendimiento académico alto y bajo?

No existieron diferencias significativas entre rendimiento académico alto y bajo en la solución ($t= 1.21$, $p<0.5$), ni el proceso de resolución de problemas ($t= 0.62$, $p<0.5$). Sujetos independientes de campo con rendimiento académico alto o bajo, utilizan y resuelven por igual problemas matemáticos de calculo. Sin embargo, aun cuando no existieron diferencias estadísticas, por el comportamiento de la media fue claro que se resolvieron mejor y emplearon más heurísticas los sujetos de alto rendimiento.

Pregunta 2

Para la ejecución y manejo de estrategias heurísticas de resolución de problemas matemáticos de calculo: ¿Cómo afecta el estilo cognitivo independencia de campo la resolución de distintas representaciones de un problema?

En cuanto a la resolución de los problemas, si se encontraron diferencias significativas entre la versión textual y la gráfica, siendo esta ultima la mejor ejecutada, y la textual, la mas baja ($F= 4.3$, $p< 0.01$).

El empleo de estrategias también es significativamente diferente en las tres versiones; en orden de mayor a menor uso de estrategias, de acuerdo con la versión fue: textual, simbólica y gráfica ($F= 14.8$, $p< 0.01$). Alumnos independientes de campo resolvieron mejor problemas representados de manera gráfica, empleando menos estrategias heurísticas en su resolución.

Las diferencias en ejecución y empleo de heurísticas, de acuerdo con el tipo de problema presentado, fue algo esperado. La versión textual fue la peor ejecutada y la que mostró mayor uso de estrategias; esto habla de la dificultad que resulto para los estudiantes abstraer y manejar la información proporcionada en el planteamiento. Refleja también el escaso análisis y la reestructuración cognitiva que los sujetos realizaron durante la tarea.

Es interesante notar que en la versión gráfica el empleo de este tipo de representación facilito la estructuración del espacio del problema, al ser la mejor ejecutada y con el menor uso de heurísticas.

Pregunta 3

Para la ejecución y el manejo de estrategias heurísticas de resolución de problemas matemáticos de calculo: ¿Cómo influyen distintas representaciones de problemas, la resolución de esto en estudiantes de bachillerato con rendimiento académico alto y bajo?

Por lo que toca a las distintas representaciones de problemas y al rendimiento académico en la ejecución y el uso de estrategias de resolución, existen diferencias de acuerdo con el tipo de problema presentado, no así con el rendimiento. No existieron efectos de interacción ($F= (2/83) 3.8$; $p=0.025$).

Aun cuando esta pregunta se refería a la muestra total, no únicamente a los sujetos independientes de campo, como en las precedentes, los resultados fueron similares a lo anterior. Los estudiantes, independientemente de su rendimiento académico, resuelven mejor problemas representados de manera

gráfica, empleando menos estrategias heurísticas en su solución. En otras palabras, se ejecuta diferente de acuerdo con la versión de la prueba, y no existen diferencias en cuanto al rendimiento.

Conclusiones

Esta investigación presenta evidencia empírica de la sobrecarga de información al sistema cognitivo, que presenta, en la resolución de problemas matemáticos, la representación diferencial de problemas. El simple planteamiento impuso una forma de aproximación y resolución, que indica que esta demanda del material puede actuar como facilitado u obstáculo.

En este estudio, la versión textual actuó como obstaculizadora; fue un poco opaca para los estudiantes, no comprendieron el planteamiento del problema, obligándolos a emplear un número mayor de estrategias para la solución. La versión gráfica actuó como facilitadora, como mencionan Parra (op. cit.), la representación gráfica debe verse como organizadora de las representaciones mentales que los estudiantes hacen en situaciones de problemas.

Esto refleja un fuerte condicionamiento sobre el tipo de exámenes y de práctica docente que prevalece, esto es, partir de manejo de fórmulas o expresiones, para su posterior sustitución y obtención de resultados, deja de lado la creación de modelos o algoritmos, así como la interpretación y/o explicación de lo realizado.

Esto debe ser considerado en la enseñanza y la evaluación si se desea que el sujeto aprenda a decidir y emplear estrategias de resolución. Se debe facilitar la estructuración del espacio del problema con la presentación de gráficos y/o entrenamiento en el empleo de diversas estrategias heurísticas en la resolución de problemas.

REFERENCIAS

ALSINA, Y.

(1990). La resolución de problemas matemáticos por estudiantes mexicano-norteamericanas, *Educación Matemática*, 2, (3) : 47-54.

CANELOS, J. J.

(1988). The Effects of Three Levels of Visual Complexity on the Information Processing of Field-Dependents and Field-Independents when Acquiring Instructional Information for Performance on Three Types Educational Objectives. *Reporte Técnico*.

DIJKSTRA, S.

(1991). Instructional Design Models and the Representation of Knowledge and I skills, *Educational Technology*, 31, (6) : 19-26.

GLOVER, J. A.; Ronning, R. R. y Bruning, R. H.

(1990). *Cognitive Psychology for Teachers*. Macmillan Publishing Company.

GOLDSTEIN, K. L. y Blackman, S.

(1978). *Cognitive Style*. John Wiley and Sons: E.U.A.

MARIS, V. S.

(1990). Rendimiento escolar, estilos cognitivos y pensamiento formal, *Revista Española de Pedagogía*, 48, (187) : 461-479.

NIAZ, M.

(1987). Estilo cognitivo y su importancia para la enseñanza de las ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 5, (2) : 97-104.

- OLIVEROS, A
(1986). El profesor como persona. Revista de Pedagogía, 36, (290) : 162-174.
- ORMROD, J. E.
(1990). Human Learnings. Principles, Theories and Educational Applications. Macmillan Publishing Company.
- PARRA, B. M.
(1990). Dos concepciones de resolución de problemas matemáticos. Educación Matemática, 2, (3) : 22-31.
- RESNICK, L. B., Y Ford, W. W.
(1990). La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós. México.
- SANTOS, L. M.
(1992). Resolución de problemas: el trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. Educación Matemática, 4, (2) : 16-24.
- WOOLFOLK, A.
(1987). Educational Psychology. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, News.

Anexo

Prueba de solución de problemas

Versión textual

1. Los extremos de una escalera se encuentra apoyados, uno a cuatro metros del piso, y el otro a dos metros de la pared. Cada punto de escalera determina un rectángulo inscrito de lados paralelos al piso y la pared. Encuentra el punto de la escalera que determina el rectángulo de mayor área.
2. Una pista de atletismo es semicircular en los extremos. El radio de cada semicírculo es "a" y el perímetro total de la pista mide 400 metros. Expresa el área de dicha pista en función de "a".
3. En un tanque vertical gotea agua de tal manera que la altura del agua disminuye a razón de 0.6 m por cada día. Cuando el tanque esta lleno, la altura es de 9 m. Escribe la formula que da la altura del agua (y), en metros, en función del tiempo (x) das.

Versión simbólica

1. Cierta sustancia radiactiva se descompone de acuerdo con la formula $s=s_0e^{0.04t}$, donde s_0 es la cantidad inicial de la sustancia y s la cantidad de dicha sustancia que queda después de t años.
 - a) Resuelve para t la fórmula dada.
 - b) Si al principio hay 50 gramos de la sustancia radiactiva, cuánto tiempo se necesitará para que se descomponga la mitad?
 - c) Si $t=0$, qué pasará?
2. Una saltadora de garrocha desea alcanzar una altura de 5.34 metros. Supón que despega con una altura h que ???? esta determinada por la expresión $h = 10.06t - 3.65t^2$, donde t es el numero de segundos desde el despegue. Supón también que alcanza su altura máxima en la barra.
 - a) ¿Alcanzara la altura deseada?
 - b) Cuánto tiempo permanece en el aire?

- c) Traza la gráfica de la relación entre t y h .
3. Se desea aproximar n para algún positivo n . Si x_1 es su primera aproximación al valor de n , entonces x_2 será aproximación más cercana a n , donde será aún mejor.

Y así sucesivamente.

Suponiendo que $n=8$ y su primer intento para 8 es $x_1=3$, calcula x_2 , x_3 , x_4 después de cada aproximación sucesiva; eleva al cuadrado el valor, para que qué tan cerca esta de 8 .

Versión gráfica

1. Clío suele caminar de su casa hasta la biblioteca, que se encuentra a 3 kilómetros, y regresa en camión. La siguiente es la gráfica de su movimiento.

- a) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a la biblioteca?
- b) ¿Cuáles son las velocidades de ida a la biblioteca y de regreso a su casa?
- c) ¿Que supones que hace entre 7:00 y 8:45?

